MA1101: LØRDAGSPRØVE 2.12.06

(Oppgavene har vært gitt til eksamen ved UiO.)

1) Integralet $\int x\cos(x^2)dx$ er lik:

- ☐ $\frac{x^2}{2}\sin(x^2)+C$
- ☐ $\frac{1}{2}\sin(x^2)+C$
- ☐ $\cos(x^2)-2x^2\sin(x^2)+C$
- ☐ $\arccos(x^2)+C$
- ☐ $\frac{1}{2}\cos(x^2)+C$

2) Integralet $\int \ln(x^2+1)dx$ er lik:

- ☐ $(x^2+1)\ln(x^2+1)-(x^2+1)+C$
- ☐ $\ln\left(\frac{x^3}{3}+x\right)+C$
- ☐ $x\ln(x^2+1)-2x+2\arctan x+C$
- ☐ $x\ln(x^2+1)-2x^2\arctan x+C$
- ☐ $x\ln(x^2+1)-2x-\frac{2}{3}x^3+C$

3) Når vi substituerer $u=\arcsin x$ i integralet $\int_0^{1/2} e^{\arcsin x}dx$, får vi:

- ☐ $\int_0^{\pi/6}\cos u\, e^u du$
- ☐ $\int_0^{\pi/6} e^u du$
- ☐ $\int_0^{1/2}\cos u\, e^u du$
- ☐ $\int_0^{1/2}\sin u\, e^u du$
- ☐ $\int_0^{\pi/3}\cos u\, e^u du$

4) Hvis $F(x)=\int_1^{x^2}\frac{\sin t}{t}dt$, så er $F'(x)$ lik:

- ☐ $\frac{\sin x^2}{x^2}$
- ☐ $\frac{\sin x}{x}$
- ☐ $\int_1^{x^2}\frac{t\cos t-\sin t}{t^2}dt$
- ☐ $2x\sin x^2$
- ☐ $\frac{2\sin x^2}{x}$

5) Området mellom x-aksen og grafen til $f(x)=\sin(x^2)$, $0\le x\le\sqrt{\pi}$, dreies en gang om y-aksen. Hva er volumet til omdreiningslegemet?

- ☐ $\frac{13}{2}$
- ☐ $\frac{9\pi}{4}$
- ☐ $\frac{9\sqrt{2}}{2}$
- ☐ 2π
- ☐ $\frac{7}{3}e$

6) Hva er grenseverdien $\lim_{n\to\infty}\frac{\pi}{2n}\sum_{i=1}^{n}\sin(\frac{\pi}{2n}i)$?

- ☐ $\frac{7\pi}{22}$
- ☐ $\frac{\pi}{3}$
- ☐ $\frac{\pi^2}{10}$
- ☐ 1
- ☐ $\frac{5\sqrt{2}}{7}$

7) Differensialligningen $y''-6y'+9y=0$ med initialverdier $y(0)=0$, $y'(0)=3$ har løsningen

☐ $y(x)=3xe^{3x}$ ☐ $y(x)=3x$ ☐ $y(x)=e^{-x}\sin(3x)$

☐ $y(x)=e^{3x}(2x-2)$ ☐ $y(x)=3xe^{x}$

8) Differensialligningen $(1+x^2)y'=y-1$ med initialverdi $y(0)=0$ har løsningen

☐ $y(x)=\sin x$ ☐ $y(x)=x$ ☐ $y(x)=1-e^{\arctan x}$

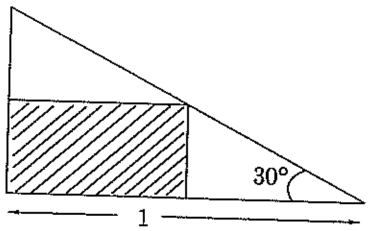
☐ $y(x)=\arctan x$ ☐ $y(x)=\tan x$

I Finn tall A, B, C slik at

$$\frac{4x^2 - x + 5}{(x+1)(x^2 - 2x + 2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx + C}{x^2 - 2x + 2}$$

Regn ut integralet $\int \frac{2x+1}{x^2-2x+2} dx$.

II Figuren viser et rektangel innskrevet i en rettvinklet trekant. Hva er det største arealet et slikt rektangel kan ha?



III En funksjon f ~~av én variabel~~ kalles en *Lipschitz-funksjon* på intervallet I dersom det finnes et tall K slik at $|f(x) - f(y)| \leq K|x - y|$ for alle $x, y \in I$. Vis først at dersom f er en Lipschitz-funksjon på intervallet I, så er f kontinuerlig på I. Vis deretter følgende påstand:

"Dersom den deriverte g' er kontinuerlig på et lukket, begrenset intervall I, så er g en Lipschitz-funksjon på I."