LØSNINGER/KOMMENTARER ØVING 8.

Tilbakemeldingene fra denne øvingen er meget positiv: „Beste øvingsbesvarelser hittil." Så fortsett slik!

Oppg. 8.2.5

I a) får man summene $\frac{1}{n^2}(1+2+\cdots+n)$ og $\frac{1}{n^2}(0+1+2+\cdots+n-1)$. Mange måtte få et hint om summeformelen vi viste ved induksjon i oppg. 1.2.1! Denne formelen er lett å innse for n et partall: $\underbrace{1 + 2 + \cdots + (n-1) + n}_{\text{sum}(n+1)} = (n+1)\frac{n}{2}$. Gjelder alltid!

(*) Denne måten brukte Gauss da læreren ga han i oppgave å summere tallene fra 1 til 100...

b) og c) Synes oppgaven er noe uheldig formulert. Kor 8.2.4 kjent:

$$\lim_{n\to\infty} Ø(\Pi_n) = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\left(\lim_{n\to\infty} N(\Pi_n) = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2n}\right) = \frac{1}{2}\right)$$

Ut fra det faktum at $y=x$ er monoton, har vi da ved Korollar 8.2.4

$$\int_0^1 x\,dx = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}.$$

Oppg. 8.3.7

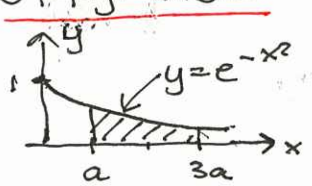
Det som mangler her er en bemerkning – og helst en liten begrunnelse – i forbindelse med telleren!

c) $\lim_{x\to1}\int_1^{x^2}\frac{\sin t}{t}\,dt = \underline{0}$ da integranden $\frac{\sin t}{t}\to \sin 1$ når $t\to1$ & integrasjonsvegens lengde $|x^2-1|\to 0$ når $x\to 1$. Tilsv. innses $\lim_{x\to1}\int_1^{x^2} te^{\sqrt{t}}\,dt = \underline{0}$.

Dermed

$$\lim_{x\to1}\left(\int_1^{x^2}\frac{\sin t}{t}\,dt \Big/ \int_0^{x^2} t e^{\sqrt{t}}\,dt\right) = \text{„}\frac{0}{0}\text{"} = \lim_{x\to1}\frac{\frac{\sin x^2}{x^2}\cdot 2x}{x^2e^x\cdot 2x} = \underline{\underline{\frac{\sin 1}{e}}}$$

Oppg. 8.3.8



Arealet blir $\int_a^{3a} e^{-x^2}dx = g(a)$

$g'(a) = e^{-9a^2}\cdot 3 - e^{-a^2}$; $g'(a)=0 \Leftrightarrow \underline{e^{8a^2} = 3}$

$g'(a) = 0$ når $a = \left(\frac{\ln 3}{8}\right)^{1/2}$.

Kommentar: Her setter de fleste to streker og er fornøyde!

☹ (Ville det samme skjedd om det ble spurt om minsteverdi her?)

Har $g'(a)>0$ for $a<(\ln 3/8)^{1/2}$ og $g'(a)<0$ for $a>(\ln 3/8)^{1/2}$, så globalt maksimum.