MA1101 Grunnkurs i analyse I
Høst 2018

Øving 6

Observer minimumkravet 8/12 øvinger godkjente for å gå opp til eksamen. Sjekk status i Blackboard. Se oppdatert informasjon om midtsemesterprøve på hjemmesiden.

4.5.24 Klassifisér de kritiske punktene til

$$f(x) = 3x^3 - 36x - 3, \qquad x \in \mathbb{R}.$$

4.6.21 Skissér grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 1}.$$

Lag en tabell over tegn til f' og f'', og oppførsel til f til hjelp for grafen.

4.6.21' Last ned *Maple* fra NTNUs sider. Plotte grafen til f i oppgaven ovenfor (søk på *plot* i hjelpen). Søk på *diff* og prøv å derivere funksjonen én eller to ganger; *solve* vil gi deg nullstellene.

Maple er ikke nødvendig for eksamen, men er et veldig fint verktøy i løpet av studietiden for å sjekke og prøve ut regninger, begreper og grafiske fremstillinger.

4.9.10 Finn lineariseringen til tan i punktet $\frac{\pi}{4}$.

4.10.24,32 **a)** Finn femte ordens Taylorpolynom til *sin* i punktet π.

b) Skriv ned den generelle Taylor-utviklingen av sin i origo til (vilkårlig) orden n. Restleddet kan være på Peano- eller Lagrangeform, men det må angis hvilket som er valgt. Angi en verdi på n som garanterer at restleddet for sin(1) er mindre enn $\frac{1}{10\ 000}$.

5.1.40 Vis at

$$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

Hint: $(i+1)^4 - i^4 = 4\mathbf{i^3} + 6i^2 + 4i + 1$.

$\boxed{\text{9.2.11,15, 14}}$ Avgjør om følgende rekker konvergerer, og finn eventuelle grenseverdier for dem.

a)

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i(i+2)}$$

b)

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2i-1}$$

c)

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i(i+1)(i+2)}$$

Oppgave c) ovenfor kan eventuelt oppfattes som vanskeligere.

$\boxed{\text{5.1.23'}}$ La $n \in \mathbb{N}$. Bevis at $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ konvergerer hvis og bare hvis $\sum_{i=n}^{\infty} a_i$ konvergerer.

$\boxed{9}$ **a)** Bruk Taylor's teorem til å bevise følgende setning: Dersom $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ er fem ganger kontinuerlig deriverbar, med

$$f'(0) = f''(0) = f'''(0) = 0,$$

og

$$f''''(0) \neq 0,$$

så har f et lokalt ekstremum i origo. Klarer du å redusere antakelsene på f?

b) Dersom funksjonen f fra (a) i stedet oppfyller $f'(0) = f''(0) = 0$ men $f'''(0) \neq 0$, vis at origo hverken kan være et lokalt maks eller lokalt min.