



Se oppdatert informasjon om midtsemesterprøve på hjemmesiden.

2.8.6 (repetisjon) La  $r > 1$ . Vis at

$$(1+x)^r > 1+rx,$$

for  $x \in [-1, 0) \cup (0, \infty)$ .

5.5.4,17 Beregn

a)

$$\int_1^2 \left( \frac{2}{x^3} - \frac{x^3}{2} \right) dx.$$

b)

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{1+x^2}.$$

5.5.48 Løs integrallikningen

$$f(x) = 1 - \int_0^x f(t) dt, \quad x \in \mathbb{R}.$$

IV.11 La  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  være Riemann-/Darbouxintegrerbar med  $\sup_{x \in [a, b]} |f(x)| < \infty$  ( $f$  begrenset), og la

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt, \quad x \in [a, b].$$

Vis at  $F$  er uniformt kontinuert på sin definisjonsmengde.

3.5.33 + repetisjon Finn tangent og normal til kurven  $(x, y(x))$  gitt ved

$$\arctan\left(\frac{2x}{y}\right) = \pi \frac{x}{y^2}$$

i punktet  $(x_0, y_0) = (1, 2)$ .

---

5.6.11,23 Bestem følgende (ubestemte) integraler opp til en konstant. Obs. at konstanten skal skrives ned, til tross for at dets verdi ikke kan bestemmes.

a)  $\int \sin^3(x) \cos^5(x) dx$ .

b)  $\int \frac{e^x+1}{e^x-1} dx$ .

*Oppgave (b) kan oppfattes som vanskeligere enn (a).*

7 Den anti-deriverte til den Gaussiske funksjonen

$$f: x \mapsto e^{-x^2}$$

kan ikke uttrykkes ved hjelp av noen endelig kombinasjon av grunnleggende (transendente, rasjonelle) funksjoner. Bruk i stedet en Taylorutvikling til å beregne

$$\int_0^{\frac{1}{10}} e^{-x^2} dx$$

med en feil som er mindre enn  $\frac{1}{1000}$ . *Hint: Se på Taylorutviklingen til  $g(y) = e^y$ .*

*Den Gaussiske funksjonen  $f$  er en av verdens mest brukte funksjoner. Den beskriver normalfordelte variabler, og er rett normalisert en såkalt egenfunksjon til Fouriertransformen. Den er navngitt etter Carl Friedrich Gauß (1777-1855).*

5.7.48 En ellipse er et geometrisk objekt bestemt ved formelen

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1,$$

for noen konstanter  $a, b > 0$ .

a) Beregn, ved hjelp av et integral, arealet til en sirkel med radius  $r > 0$ .

*Hint: Bruk symmetri ved sirkelen og løs lokalt ut  $y$  som funksjon av  $x$  i en kvadrant av sirkelen.*

b) Bruk variabelsubstitusjon til å redusere tilfellet for en generell ellipse til en sirkel. Beregn på den måten arealet av en ellipse for vilkårlige verdier på  $a$  og  $b$ .