



Øvingen inneholder blant annet repetisjonsoppgaver på noen tema som vist seg mest vanskelig basert på tilbakemeldinger fra de som retter innleveringene.

1] Vis at $x^2 - \cos(x)$ har nøyaktig to nullpunkter.

2] Vis, ved hjelp av $\varepsilon - \delta$, at $f: x \mapsto x^3$ er

- a) kontinuerlig i hvert fiksert punkt $x_0 \in \mathbb{R}$,
- b) uniformt kontinuerlig på intervallet $[0, a]$ for en gitt $a \in \mathbb{R}$.

3] Bruk middelverdisetningen til å vise at \ln ikke er uniformt kontinuerlig på $(0, 1)$.

4] La

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

- a) Bestem den (naturlige) definisjonsmengden, og bildet/verdimengden, til \cosh .
- b) Er \cosh injektiv, surjektiv, bijektiv fra den naturlige definisjonsmengden til \mathbb{R} ?
- c) Finn et maksimalt intervall der \cosh er injektiv, og beregn den deriverte til $(\cosh)^{-1} = \operatorname{arccosh}$ der. Skriv ned definisjonsmengde og bilde/verdimengde til den inverse funksjonen $\operatorname{arccosh}$ som du har definert.

4.8.11,12] La et rektangel være innskrevet i en halvsirkel med gitt radius $r > 0$ (alle hjørner i rektangelet ligger på halvsirkelens ytterkanter, egentlig halvdiskens ytterkanter).

- a) Maksimér arealet til et rektangel innskrevet i en halvsirkel med gitt radius.
- b) Maksimér omkretsen til et rektangel innskrevet i en halvsirkel med gitt radius.

6] Vis at

$$f(x) = \frac{x - \sin(x)}{x^2}$$

har en kontinuerlig utvidelse $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Bestem også $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$.

I denne oppgaven er vanlige regler for grenseverdier tilstrekkelige; du trenger ikke å bruke ε/δ -bevis.

6.2.9,12) Beregn

a)

$$\int \frac{x^2}{x^2 + x - 2} dx,$$

b)

$$\int \frac{dx}{x^3 + 9x}.$$

6.1.1,-, 26) Bruk delvis integrasjon til å beregne

a)

$$\int_0^1 x \cos(x) dx,$$

b)

$$\int_0^\pi \frac{\cos(x)}{e^x} dx,$$

c)

$$\int \arcsin^2(x) dx.$$

Oppgave c) kan betraktes som vanskeligere.