

Institutt for matematiske fag

## Midtsemesterprøve i **MA1101 Grunnkurs i analyse**

**Faglig kontakt under prøven:** Mats Ehrnstrøm

**Tlf:** 73 59 17 44

**Dato:** 11. oktober 2018

**Tid (fra–til):** 14:15–15.45

**Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:** D: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt (Casio fx-82ES PLUS, Casio fx-82EX, Citizen SR-270X, Citizen SR-270X College, Hewlett Packard HP30S).

**Annen informasjon:**

*Vektingen av hver oppgave er angitt i oppgaven. Les igjennom samtlige oppgaver før du begynner; den opplevde vanskelighetsgraden er ikke nødvendigvis i stigende rekkefølge. Skriv tydelig og entydig, og motiver dine beregninger/beviser (obs. gjelder ikke Oppgave 1). Tegn gjerne. Spør dersom noe er uklart.*

**Målform/språk:** bokmål

**Antall sider:** 2

**Antall sider vedlegg:** 0

**Kontrollert av:**

Informasjon om trykking av midtsemesterprøve

Originalen er:

1-sidig  2-sidig

sort/hvit  farger

skal ha flervalgskjema

\_\_\_\_\_

Dato

Sign



**Oppgave 1** Hvilke av følgende utsagn er korrekte? Marker på svarspapir med «Sann» eller «Usann». *Begrunnelse trengs ikke i denne oppgaven.*

(20p)

- a) Funksjonen  $x \mapsto x^3$  er omvendbar  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .
- b) Rekken  $\sum_{k=1}^{\infty} r^k$  konvergerer for  $|r| < 1$ .
- c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - \sin(x)x^2}{1 + 2x^3} = \frac{1 + \pi}{2}$ .
- d) Alle kontinuerlige funksjoner er deriverbare.
- e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x} = 0$ .
- f)  $|\frac{\sin(x) - \sin(y)}{x - y}| \leq 1$  for alle reelle tall  $x \neq y$ .
- g)  $\inf_{n \in \mathbb{Z}} \{e^n\} = 0$ .
- h)  $|x - y| \geq |x| + |y|$  for alle  $x, y \in \mathbb{R}$ .
- i)  $\int x^r dx = x^{r+1}$  for alle  $r \in \mathbb{R}$ .
- j) Hver monoton, begrenset følge har en delfølge som konvergerer.

**Oppgave 2** La  $f(x) = x^2$  og  $g(x) = \sqrt{x}$ .

- a) Bestem naturlig definisjonsmengde og verdimengde til  $f$  og  $g$ .  
(3p)
- b) Hva er  $f \circ g$  og  $g \circ f$ ? Finn formel samt definisjons- og verdimengde.  
(3p)
- c) Er  $g \circ f$  deriverbar? Beregn den deriverte; eller vis at den ikke finnes.  
(4p)

**Oppgave 3** Bestem

a)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x - 2x^2 - 2}{x - 2}. \quad (3p)$$

b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{j=1}^n j. \quad (4p)$$

c)

$$\sup_{x \in (0, \frac{\pi}{2})} \frac{1}{\sin(x)}. \quad (3p)$$

**Oppgave 4** Beregn Taylorpolynomet av tredje grad til

$$f(x) = x \cos(x)$$

i  $x_0 = 0$ . Angi likningen for tangenten til  $f$  i  $x = 0$ .

(5p)

**Oppgave 5** Vis ved et  $\varepsilon/\delta$ -argument at

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^2,$$

er kontinuert i  $x_0 = 1$ .

(5p)