

Institutt for matematiske fag

Midtsemesterprøve i **MA1101 Grunnkurs i analyse**

Fagleg kontakt under prøven: Mats Ehrnstrøm

Tlf: 73 59 17 44

Dato: 11. oktober 2018

Tid (frå–til): 14:15–15.45

Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel: D: Ingen prenta eller handskrive hjelpemiddel tillatne. Bestemt, enkel kalkulator tillaten (Casio fx-82ES PLUS, Casio fx-82EX, Citizen SR-270X, Citizen SR-270X College, Hewlett Packard HP30S).

Annan informasjon:

Vektinga av kvar oppgåve er angitt i oppgåva. Les igjennom alle oppgåvene før du begynner; den opplevde vanskegraden er ikkje nødvendigvis i stigande rekkefølge. Skriv tydeleg og eintydig, og motiver dine berekningar/bevis (obs. gjeld ikkje Oppgåve 1). Teikn gjerne. Spør dersom noko er uklart.

Målform/språk: nynorsk

Sidetal: 2

Sidetal vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av midtsemesterprøve

Originalen er:

1-sidig ☐ 2-sidig ☒

svart/kvit ☒ fargar ☐

skal ha fleirvalskjema ☐

Dato

Sign

Oppgave 1 Kven av følgjande utsagn er korrekte? Marker på svarspapir med «Sann» eller «Usann». *Grunngjeving trenges ikkje i denne oppgåva.*

(20p)

- a) Funksjonen $x \mapsto x^3$ er omvendbar $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.
- b) Rekken $\sum_{k=1}^{\infty} r^k$ konvergerer for $|r| < 1$.
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - \sin(x)x^2}{1 + 2x^3} = \frac{1+\pi}{2}$.
- d) Alle kontinuerlige funksjona er deriverbare.
- e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)-1}{x} = 0$.
- f) $|\frac{\sin(x)-\sin(y)}{x-y}| \leq 1$ for alle reelle tall $x \neq y$.
- g) $\inf_{n \in \mathbb{Z}} \{e^n\} = 0$.
- h) $|x - y| \geq |x| + |y|$ for alle $x, y \in \mathbb{R}$.
- i) $\int x^r dx = x^{r+1}$ for alle $r \in \mathbb{R}$.
- j) Kvar monoton, begrensa følgje har en delfølgje som konvergerer.

Oppgave 2 La $f(x) = x^2$ og $g(x) = \sqrt{x}$.

- a) Bestem naturlig definisjonsmengde og verdimengde til f og g .

(3p)

- b) Kva er $f \circ g$ og $g \circ f$? Finn formel samt definisjons- og verdimengde.

(3p)

- c) Er $g \circ f$ deriverbar? Berekn den deriverte; eller vis at den ikkje finst.

(4p)

Oppgave 3 Bestem

a)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x - 2x^2 - 2}{x - 2}.$$

(3p)

b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{j=1}^n j.$$

(4p)

c)

$$\sup_{x \in (0, \frac{\pi}{2})} \frac{1}{\sin(x)}.$$

(3p)

Oppgave 4 Berekn Taylorpolynomet av tredje grad til

$$f(x) = x \cos(x)$$

i $x_0 = 0$. Angi likninga for tangenten til f i $x = 0$.

(5p)

Oppgave 5 Vis ved et ε/δ -argument at

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^2,$$

er kontinuert i $x_0 = 1$.

(5p)