



*Merk at øvingsoppgavene iblandt kan skille seg noe fra tilsvarende oppgaver i Adams&Essex. Det er da versjonene nedenfor som gjelder.*

**2.1.7,9** Tegn grafen, og finn likningene på formen  $y = kx + m$  for tangent og normal i punktet  $x_0$  (tegn disse og) til

a)  $f(x) = \sqrt{x+1}$ ,  $x_0 = 3$ .

b)  $f(x) = \frac{2x}{x+2}$ ,  $x_0 = 2$ .

*Tips for å tegne grafen: en studie av limes i uendeligheten kan ofte gi god informasjon om den asymptotiske oppførselen til en funksjon.*

**2.2.13,15,24** Bestem, ved hjelp av definisjonen, den deriverte til følgende funksjoner

a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto x^3$ .

b)  $g: \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \frac{2-x}{2+x}$ .

c)  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $t \mapsto \frac{t^2-3}{t^2+3}$ .

Angi også definisjonsmengdene for funksjonene  $f'$ ,  $g'$ , og  $h'$ .

**2.2.47** Finn likningene for de to linjene som passerer gjennom punktet  $(x_0, y_0) = (1, -3)$  og tangerer kurven gitt ved  $y = x^2$ , det vil si grafen

$$\{(x, x^2): x \in \mathbb{R}\}$$

til funksjonen  $x \mapsto x^2$ .

**2.2.53** Bruk faktoriseringen  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$  til å vise at

$$\frac{d}{dx} x^{1/3} = \frac{1}{3} x^{-2/3}, \quad x \neq 0,$$

ved hjelp av definisjonen av den deriverte.

**2.3.8,17,31** Beregn

a)  $\frac{d}{dt} \left( 3\sqrt[3]{t^2} - \frac{2}{\sqrt{t^3}} \right)$ ,  $t \neq 0$ .

$$\text{b) } \frac{d}{dx} \left( \frac{1-4x^2}{x^3} \right), \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{c) } \frac{d}{dx} \left( \frac{x}{2x + \frac{1}{3x+1}} \right) \Big|_{x=1}.$$

2.4.3,12,28,30 Finn

$$\text{a) } \frac{d}{dx} (4 - x^2)^{10},$$

$$\text{b) } \frac{d}{dx} (2 + |x|^3)^{1/3},$$

$$\text{c) } \frac{d}{dx} f(2f(3f(x))), \quad f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ vilkårlig},$$

$$\text{d) } \frac{d}{dx} \left( \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^2+1} \right) \Big|_{x=-2},$$

og angi i (a), (b) og (c) for hvilke verdier av  $x$  dette gjelder.

2.5.57 Bestem

$$\text{a) } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(h)}{h^2}.$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \cos \left( \frac{\pi - \pi \cos^2(x)}{x^2} \right).$$

8 Kan du finne en deriverbar funksjon  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  med egenskapen at

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0,$$

men grenseverdien av  $f'(x)$  eksisterer ikke når  $\lim_{x \rightarrow 0^+}$ ?

*Hint: prøv et produkt mellom en forsvinnende og en hurtig oscillerende funksjon.*