Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

# MA1101 Grunnkurs i analyse I
Høst 2019

**Øving 7**

*Se oppdatert informasjon om midtsemesterprøve på hjemmesiden.*

**3.1.29** Vis at

$$f(x) = \frac{4x^3}{x^2+1}$$

har en invers, og finn $\frac{d}{dx}f^{-1}(2)$

**3.2.18** Forenkle uttrykket

$$\log_\pi(1-\cos x) + \log_\pi(1+\cos x) - 2\log_\pi(\sin x).$$

**3.2.27** Bruk potenslover (det vil si, bruk eksponensialfunksjonen) til å vise at

$$\log_a(x^y) = y\log_a(x), \qquad x, y > 0.$$

**3.3.13** Finn verdien til $x$ når

$$\frac{1}{2^x} = \frac{5}{8^{x+3}}.$$

**3.3.34, 43** Deriver og forenkle

**a)** $x\ln(x) - x$,

**b)** $x^{\sqrt{x}}$.

Angi også når de deriverte gjelder.

**6** La $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ og $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Finn en generell formel for

$$\frac{d}{dx}f(x)^{g(x)}.$$

Hva må vi kreve av $f$ og hva må vi kreve av $g$ for at formelen skal fungere?

3.3.70 Finn $\frac{d}{dx}(A\mathrm{e}^{ax}\cos(bx) + B\mathrm{e}^{ax}\sin(bx))$, og bruk dette til å beregne de ubestemte integralene

$$\int \mathrm{e}^{ax}\cos(bx)\,\mathrm{d}x \qquad \text{og} \qquad \int \mathrm{e}^{ax}\sin(bx)\,\mathrm{d}x.$$

*Denne oppgaven kan av noen oppfattes som mer utfordrende.*

3.6.2 Bruk definisjonen av de hyperbolske funksjonene til å vise at

**a)** $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$.

**b)** $\sinh(x+y) = \sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y)$.

3.6.5,8 Betrakt

$$\cosh\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}$$

som en funksjon kun på de ikke-negative reelle tallene. Finn definisjonsmengde, verdimengde og deriverte til dens omvendte funksjon, arccosh. Uttrykk det ubestemte integralet

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2-1}}$$

ved hjelp av dette.