Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

MA1101 Grunnkurs i analyse I
Høst 2019

Øving 8

Se oppdatert informasjon om midtsemesterprøve på hjemmesiden.

2.8.6 (repetisjon) La $r > 1$. Vis at

$$(1 + x)^r > 1 + rx,$$

for $x \in [-1, 0) \cup (0, \infty)$.

3.5.33 + repetisjon Finn tangent og normal til kurven $(x, y(x))$ gitt ved

$$\arctan\left(\frac{2x}{y}\right) = \pi \frac{x}{y^2}$$

i punktet $(x_0, y_0) = (1, 2)$.

5.3.11 Uttrykk $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\sqrt{\frac{i}{n}}$ som et integral.

5.3.17 La $f \in C([0, 1], \mathbb{R})$ være ikke-avtakende, og la P_n, $n \in \mathbb{N}$, være partisjonen

$$x_0 = 0, \quad x_1 = \frac{1}{n}, \quad \ldots \quad x_{n-1} = \frac{n-1}{n}, \quad x_n = 1.$$

Vis at den øvre og undre Darbouxsummen oppfyller

$$U(P_n) - L(P_n) = \frac{f(1) - f(0)}{n},$$

og deretter at Darbouxintegralet $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ eksisterer.

Denne oppgaven kan av noen oppfattes som mer utfordrende.

Ms 15.10.18 2 La

$$f(x) = \frac{x^2 - x}{1 - x^2}.$$

a) Vis at $\lim_{x\to 1} f(x)$ eksisterer, og at f har en kontinuerlig utvidelse $\tilde{f}$ definert på $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) Hva er verdimengden til $\tilde{f}$?

$\boxed{\text{Ms 15.10.18 4}}$ Angi Taylorpolynomet av andre grad til

$$f(x) = \cos(x^2)$$

i $x_0 = \sqrt{\pi}$. Marker hva i Taylorpolynomet som kalles lineariseringen til f.

$\boxed{\text{Ex h18 5}}$ **a)** Finn alle kritiske punkter til funksjonen $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gitt ved

$$f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{1+x^2}.$$

b) Lokalisér eventuelle globale maksima og minima til f og avgjør hvor funksjonen er voksende/avtagande. Bestem eventuelle asymptoter når $x \to \pm\infty$.