



- 1] Klassifiser følgende differensiallikninger som 'lineær' eller 'ikke-lineær', og i de lineære tilfelle som 'homogen' eller 'ikke-homogen'.

a)

$$\frac{d^2y}{dx^2} + x = y.$$

b)

$$\cos x \frac{dx}{dt} + x \sin t = 0.$$

c)

$$x^2 y'' + e^x y' = \frac{1}{y}.$$

- 2] Finn den generelle løsningen til differensiallikningene

a)

$$y' - \frac{2y}{x} = x^2,$$

b)

$$y' + \frac{2y}{x} = \frac{1}{x^2},$$

c)

$$y' - \tan x \cdot y = 1.$$

d)

$$y' = \frac{x+y}{x-y},$$

e)

$$\frac{dx}{dt} = e^x \sin t,$$

f)

$$xy' = y + x \cos^2\left(\frac{y}{x}\right),$$

g)

$$y' = y^2(1-y).$$

3 Løs initialverdiproblemene.

a)

$$y' + 2xy = e^{-x^2}, \quad y(0) = 1$$

b)

$$y' = 2(y^2 + 1)x, \quad y(0) = 1$$

c)

$$y' + 10y = 1, \quad y\left(\frac{1}{10}\right) = \frac{1}{5}$$

4 Løs integralligningene

a)

$$y(x) = 2 + \int_0^x \frac{t}{y(t)} dt$$

b)

$$y(x) = 3 + \int_0^x e^{-y(t)} dt$$

5 Avgjør om disse uegentlige integralene konvergerer eller divergerer. Begrunn svarene.

a)

$$\int_2^{\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x^2 - 1} dx$$

b)

$$\int_1^{\infty} \frac{x + \sin x}{x^2 + \sin x} dx$$

c)

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{xe^x}$$

d)

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x}$$

- 6 Bestem verdiene $p \in \mathbb{R}$ som er slik at integralet

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{x^p} dx$$

konvergerer.

- 7 Finn en funksjon som er:

- a) begrenset på $[-1, 1]$, men ikke kontinuerlig i origo.
- b) kontinuerlig i origo, men ikke uniformt kontinuerlig på $[-1, 1]$.
- c) uniformt kontinuerlig på $[-1, 1]$, men ikke deriverbar i origo.
- d) deriverbar på $[-1, 1]$, men ikke kontinuerlig deriverbar (dvs. at den deriverte ikke er kontinuerlig) på samme mengde.

Gi korte, men ryddige, argumenter for at dine funksjoner oppfyller de forskjellige tilfellene.