



Skriv tydelig og korrekt, i språk så vel som i matematisk notasjon. Skill antakelser fra konklusjoner. Skriv ut alle skritt, var tydelig med hva som følger av hva, og hvilke argumenter eller setninger du bruker.

1 Hvilke av følgene nedenfor er begrenset oven-/nedenifra (angi en begrensning) og/eller voksende/avtakende (gi et argument)?

a) $(x_n)_{n \geq 1} = (n)_{n \geq 1}$.

b) $(1, 1, 1, 1, 1, 1, \dots)$

c) $(1, -1, 1, -2, 1, -3, 1, \dots)$

2 La $(x_n)_n$ være følgen gitt ved

$$x_1 = \sqrt{2}, \quad x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}, \quad n \geq 1.$$

a) Vis at denne følgen konvergerer.

b) Vis at grenseverdien $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 2$.

3 Finn supremum (minste øvre skranke), infimum (største nedre skranke) og grenseverdien til følgen $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gitt ved $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$. Bruk definisjonene til å vise dette stringent.

4 Vis at intervallet $A = (0, 1)$ ikke har et minste punkt.

5 Vis ved regnereglene for grenseverdier at

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + \cos(n^2)}{n^3 + \sqrt{n} + 1} = 0.$$

1.5:31 Vis at grensebegrepet er entydig: dersom det finnes to grenseverdier a og b til samme reelle følge $(x_n)_n$, bevis $a = b$.