Observer minimumkravet 8/12 øvinger godkjente for å gå opp til eksamen. Sjekk status i Blackboard. Se oppdatert informasjon om midtsemesterprøve på hjemmesiden.

1 Vis at

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

Hint: $(n+1)^4 - n^4 = 4n^3 + 6n^2 + 4n + 1$.

2 Evaluer følgende rekker.

a)

$$\sum_{k=1}^{n} (2k-1)$$

b)

$$\sum_{k=1}^{n} (2k-1)^2$$

3 Anta at rekken $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ konvergerer. Vis at

$$\lim_{n\to\infty} (a_n + a_{n+1}) = 0.$$

4 Avgjør om følgende rekker konvergerer, og finn eventuelle grenseverdier for dem.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+5n+6}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

$\boxed{5}$ Avgjør om rekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log\left(\frac{n+1}{n}\right)$$

konvergerer eller ikke.

$\boxed{5.1.23'}$ **a)** La $n \in \mathbb{N}$. Bevis at $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ konvergerer hvis og bare hvis $\sum_{k=n}^{\infty} a_k$ konvergerer.

b) Anta $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ kovergerer. Fra forrige deloppgave, vet vi at for hver $n = 1, 2, \ldots$ finnes det en R_n slik at $R_n = \sum_{k=n}^{\infty} a_k$. Vis at

$$\lim_{n\to\infty} R_n = 0.$$

$\boxed{7}$ Evaluer

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{3n+1}}.$$