

MA1101 Grunnkurs i analyse 1

Øving 11

Høst 2024

Innleveringsfrist: Mandag 11. November

Lever øvingen i øvsys. Du velger selv om du leverer på norsk eller engelsk. Ved ønske om grundig retting, spesifiser oppgaver du ønsker det på i øvsys. Det viktigste er *hvordan* du løser oppgaven, ikke selve løsningen.

- 1 Evaluer de bestemte integralene.

a) $\int_0^4 \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx$

b) $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{\sin(\pi \ln x)}{x} dx$

- 2 Bruk de trigonometriske identitetene

$$\cos(2\theta) = 2\cos^2(\theta) - 1 = 1 - 2\sin^2(\theta) \quad \text{og} \quad \sin(\theta) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

til å evaluere følgende bestemte integral:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \cos(x)} dx \quad \text{og} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \sin(x)} dx.$$

- 3 Skisser og finn arealet av området i planet avgrenset av $2y = 4x - x^2$ og $2y + 3x = 6$.

- 4 Evaluer de ubestemte integralene under.

a) $\int x \ln(x) dx$

b) $\int x e^{\sqrt{x}} dx$

c) $\int \frac{x}{9x^2 + 6x + 2} dx$

Hint c): Finn a og b slik at $\frac{x}{9x^2+6x+2} = \frac{x}{(ax+b)^2+c}$, og husk at den deriverte av $\arctan(x)$ er $\frac{1}{1+x^2}$

- 5 Finn de trigonometriske integralene.

a) $\int \frac{(\cos x)^5}{(\sin x)^{3/2}} dx$

b) $\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2} dx$

- 6 a) Finn Taylorrekken av grad 3 rundt punktet $x = 0$ til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \int_0^x e^{\sin(x)} dx.$$

- b) Finn en tilnærming til $f(0,1)$ med feil mindre enn 0,001.

- 7** Bestem om de uegentlige integralene konvergerer eller divergerer ved direkte utregning av grensene. Finn den eksakte verdien til grensen der den konvergerer.

a) $\int_0^{\infty} \frac{x}{e^x} dx.$

b) $\int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx.$

c) $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$