

MA1101 Grunnkurs i analyse 1

Øving 12

Høst 2023

Innleveringsfrist: Mandag 20. November

Lever øvingen i øvsys. Du velger selv om du leverer på norsk eller engelsk. Ved ønske om grundig retting, spesifiser oppgaver du ønsker det på i øvsys. Det viktigste er *hvordan* du løser oppgaven, ikke selve løsningen.

1 Bruk delvis integrasjon til å regne ut

a) $\int_0^1 x \cos(x) \, dx,$

b) $\int_0^\pi \frac{\sin(x)}{e^x} \, dx,$

2 Regn ut integralene under

a) $\int \frac{1}{x^3 - 4x^2 + 3x} \, dx$

b) $\int \frac{1}{e^{2x} - 4e^x + 4} \, dx$

Hint for b): Bruk variabelskiftet $u = e^x$.

3 a) Vis at

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x.$$

Hint: Ta logaritmen.

Beregn så grenseverdiene

b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{xn}\right)^n, \quad x \neq 0$$

c)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 2e^{-n})^{e^n}$$

4 Bruk sammenligningstesten for uegentlige integraler til å avgjøre hvorvidt følgende integraler konvergerer

a) $\int_e^\infty \frac{1 - \cos(x)}{e^{x^2}} \, dx$

b) $\int_{10}^\infty \frac{1}{x - e^{-x}} \, dx$

c) $\int_0^1 \frac{1}{\arctan(x)} \, dx$

d) $\int_1^\infty \frac{x}{1 + x^3} \, dx$

e) $\int_2^\infty \frac{x + x^2}{x^3 - \cos^2(\sqrt{e^x})} \, dx$

f) $\int_1^\infty \frac{\sin^2(x)}{x^2} \, dx$

g) $\int_1^\infty \frac{x^4}{x^5 + \ln(x)} \, dx$

h) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x)}{x} \, dx$