

MA1101 Grunnkurs i analyse 1

Øving 13

Høst 2024

Innleveringsfrist: Fredag 25. November

Lever øvingen i øvsys. Du velger selv om du leverer på norsk eller engelsk. Ved ønske om grundig retting, spesifiser oppgaver du ønsker det på i øvsys. Det viktigste er *hvordan* du løser oppgaven, ikke selve løsningen.

1 Evaluate the limits below.

a)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{e^{-x}}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{x}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[\ln(x^x)]^{\frac{1}{2}}}{e^{3x}}$$

d)

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \left(\ln(|x|) \right)^2$$

2 Use change of variables to evaluate the integrals below.

a)

$$\int \frac{1}{(a^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}} dx$$

Hint: Let $x = a \sin(\theta)$.

b)

$$\int \frac{2}{1 + x^2} dx$$

c)

$$\int \frac{x^2}{(1 + x^2)^2} dx$$

Hint: Let $x = \tan(\theta)$.

- 3** Evaluate the given integral or show that it diverges.

a)

$$\int_0^{\infty} \frac{x}{(1+2x^2)^{\frac{3}{2}}} dx$$

b)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan(x) dx$$

- 4** Bruk definisjonen til det uegentlige integralet til å vise at

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \pi.$$

Hint: $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}.$

- 5** Differentiate the given functions below and simplify your answer whenever possible.

a) $f(x) = \arcsin\left(\frac{2x-1}{3}\right), x \in [-1, 2]$

b) $f(x) = (1+x^2) \arctan(x), x \in \mathbb{R}$

- 6** Determine

$$\int \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} dx.$$