

MA1101 Grunnkurs i analyse 1

Øving 7

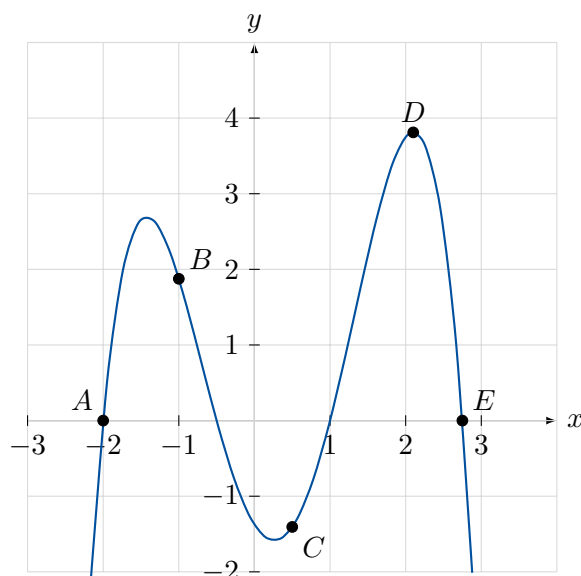
Høst 2024

Innleveringsfrist: Mandag 14. Oktober

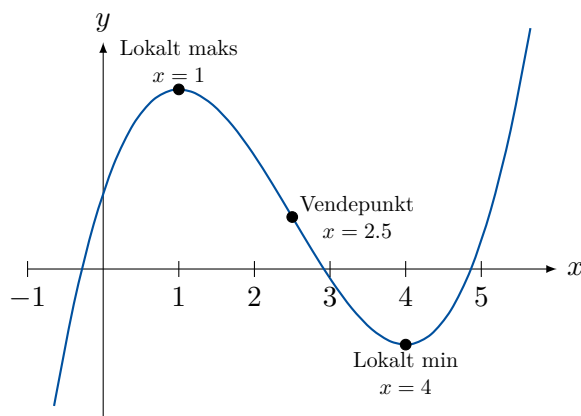
Lever øvingen i øvsys. Du velger selv om du leverer på norsk eller engelsk. Ved ønske om grundig retting, spesifiser oppgaver du ønsker det på i øvsys. Det viktigste er *hvordan* du løser oppgaven, ikke selve løsningen.

- 1 Grafen til en tre ganger deriverbar funksjon f er skissert under. Angi i hvilke av punktene A, B, C, D og E vi har at $f(x) > f'(x)$.

(Utfordring) Kan du avgjøre om $f'(x) > f''(x)$ i noen av disse punktene?



- 2 Grafen til en kontinuerlig funksjon f er skissert under. Du får oppgitt at både f' og f'' eksisterer og er kontinuerlige. Finn nullpunktene til f' og f'' , og angi fortegnene deres.



- 3 Klassifiser de kritiske punktene til funksjonen

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x(x^2 - 1)^2.$$

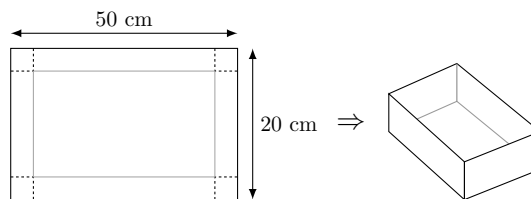
(Dvs. finn de kritiske punktene og avgjør om de er lokale/globale topp-/bunnpunkt eller ikke.)

- 4 Skisser grafen til funksjonen

$$f: \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{x^3}{x^2 - 1}.$$

Lag en tabell med fortegnene til f' og f'' , og den tilhørende oppførselen til f . Beskriv asymptotene til f (Se [Kapittel 2.4](#) og [2.24](#) for bakgrunnskunnskap om asymptoter om nødvendig)

- 5 Vi har et stykke papp med målene 50 cm og 20 cm. Av dette skal vi kutte ut hjørnene og brette opp sidene for å forme en boks. Avgjør høyden på boksen som gir størst volum.



- 6 La to funksjoner $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ være slik at:

1. f, g er begge kontinuerlige på $[a, b]$
2. f, g er begge deriverbare på (a, b) .

Vis at det finnes en $c \in (a, b)$ slik at

$$(f(a) - f(b))g'(c) = (g(a) - g(b))f'(c).$$

Dette kalles gjerne "Cauchys middelverdisetning". Hvilke ekstra antagelser må du eventuelt gjøre for å kunne vise at det finnes en $c \in (a, b)$ slik at

$$\frac{f(a) - f(b)}{g(a) - g(b)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}?$$

Hint: Finn r slik at funksjonen $h(x) = f(x) - rg(x)$ tilfredstiller $h(a) = h(b)$, og bruk Rolles teorem på $h(x)$.

- 7 Finn de eventuelle asymptotene til

$$f(x) = 3x + 2 - \sqrt{|x^2 + x|}.$$

- 8 La $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ være en deriverbar funksjon. Anta f skjærer linjen $y = ax + b$ i tre punkter. Vis at det finnes minst to punkter x der $f'(x) = a$.
Hint: Se på $f(x) - ax - b$ og bruk Rolles teorem.