UKENS UTFORDRING №3, LØSNING:

(i) Punktet (x_1, y_1) ligger på enhetssirkelen:

$$x^2 + y^2 = 1$$

Altså har vi: $x_1^2 + y_1^2 = 1$. Siden

$$(*) \qquad x_1 x + y_1 y = 1$$

er av 1. grad i x og y, er dette ligningen for en rett linje. $x_1 x_1 + y_1 y_1 = 1$, altså ligger punktet (x_1, y_1) på denne linjen. Siden (x_1, y_1) er å oppfatte som en vektor fra origo til punktet P_1 (radius-vektor til punktet: $\overrightarrow{OP_1}$), ser vi av ligningen $(*)$ at linjen er vinkelrett på radien.(▽) Altså er $(*)$ tangent-ligningen gjennom P_1.

(ii) Siden punktet P_0 ligger på begge tangenter, har vi:

$$x_1 x_0 + y_1 y_0 = 1 \quad \text{og} \quad x_2 x_0 + y_2 y_0 = 1.$$

Men det gir samtidig at begge punktene P_1 og P_2 ligger på den rette linjen med ligning:

$$x_0 x + y_0 y = 1.$$

Altså er dette ligningen for polaren til P_0 med hensyn på sirkelen $x^2 + y^2 = 1$.

(▽) VIKTIG Å MERKE SEG:

Vektoren (A, B) er vinkelrett på linjen med ligning: $Ax + By = C$ når $(A, B) \neq (0,0)$ (Se også s. 620, Adams!)