MA 1102

MIDTSEMESTERPRØVE 1/3-07, KOMMENTARER:

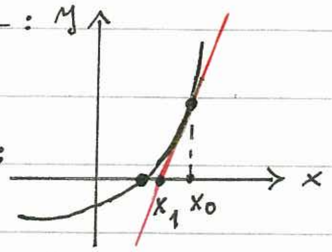
(Oppgavene samt løsninger er lagt ut på nett-sidene tidligere!)

OPPGAVE 1:

Denne oppgaven var tilfredsstillende besvart av 2/3 av "deltagerne". For de som har vært på forelesningene skulle det være svært enkelt å utlede formelen:

$$x_1 = x_0 - f(x_0)/f'(x_0)$$

ved å se på en slik figur:



En bagatell, men kanskje viktig å understreke: Det du får ved direkte bruk av lommeregner på $\sqrt{3}$ er ikke eksakt/korrekt verdi! Hvorfor?

OPPGAVE 2:

(a) 43 av 106 er svært svak på dette punkt. Det er forbausende, da denne type oppgaver er gjennomgått på forelesning og på øving. Mange kommer allikevel fram til formen:

$$\left(\sqrt{3}\,x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 4y^2 = \frac{4}{3}$$

– og kanskje til:

$$\frac{\left(\sqrt{3}\,x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = 1$$

Dette er korrekt så langt. Men så kommer man til at halvaksene blir:

$$a = 2/\sqrt{3} \quad \text{og} \quad b = 1/\sqrt{3}.$$

Dermed blir a feil. Hvorfor?
Å finne det som skal legges

til $x^2 - \frac{2}{3}x + ? + \frac{4}{3}y^2 = \frac{1}{3} + ?$ synes fortsatt å være et mysterium for en del. Tenk på formelen:

$$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2.$$

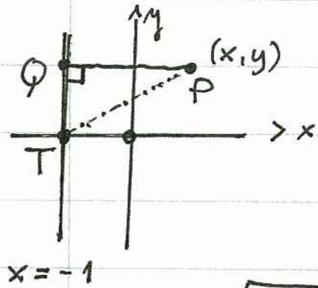
(b) De fleste kom fram her, men noen hadde kommet til:

$$2\sqrt{x^2+y^2} - x = 1$$

og kvadrerte slik:

$$4(x^2+y^2) - x^2 = 1 \qquad \text{(HUFF!!)}$$

(c) Bare 25 av 106 hadde kommet fram her. Problemet for mange synes å være at man i stedet for



å finne avstanden $|x+1|$ mellom punktet P og linjen $x=-1$, satte inn avstanden $|PT|$ $= \sqrt{(x+1)^2+y^2}$. Avstanden mellom punktet P og linjen $x=-1$ er den loddrette avstand inn på linjen, på figuren $\overline{PQ}$, altså $|x+1|$.

Noen gjetter (?) på at vi får samme kurve i (a), (b) og (c), men begrunnelsen mangler!

OPPGAVE 3:

Bare ca. 15 av 106 kom helt fram her. Mange kom fram til integralet:

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt.$$

(Dette ble belönnet med 1/2 "skår".)
At mange ga opp her var noe sjokkerende da samme oppgave (#9, s458) er regnet på forelesning!

OPPGAVE 4:

(a) De fleste fikk vist at når $x = a\cosh t$, så er $\frac{dx}{dt} = a\sinh t$. Men det virker unødvendig noksa klönet å bruke produktregelen eller (enda verre) brökregelen for å derivere
$$a\left(\frac{e^t + e^{-t}}{2}\right).$$
Har man glemt derivasjonsregelen:
$$\frac{d}{dt}(af(t)) = af'(t)$$
i skolematematikken?
Formelen: $t = \ln(x + \sqrt{x^2 - a^2}) - \ln a$ kommer man enklest fram til slik det ble vist på forelesning (Se Lösningen!) Utledningen på s. 199 (for $\sinh^{-1} x$) er mer tungvint!

(b) 32 av 106 klarte å regne ut dette integralet. En helt analog oppgave (#5, s. 200) var regnet på forelesning. Det er först og fremst i forbindelse med integral av typene:
$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}, \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} \quad \text{o.s.v.}$$
vi har nytte av hyperbolske funksjoner $\cosh t$ og $\sinh t$.

OPPGAVE 5

(a) Denne oppgaven ble riktig löst av mange. Men fortsatt er det noen som får gale rötter i 2. gradsligningen: $r^2 + 6r + 9 = 0$, f.eks. $r_1 = 2$ og $r_2 = -3$. Hva gjör man for å kontrollere om röttene er riktige? Setter vi inn $r_1 = 2$ får vi:

$$2^2 + 6 \cdot 2 + 9 \neq 0 \quad \text{o.s.v.}$$

Altså har vi regnet feil!!

Noen får riktig dobbeltrot: $r = -3$, men gir svaret: $y_H = C_1 e^{-3t} + C_2 e^{-3t}$. Men dette kan like gjerne skrives: $y_H = Ce^{-3t}$, og det er klart at det må finnes en løsning til: $y = te^{-3t}$, d.v.s. $y_H = (C_1 + C_2 t)e^{-3t}$.

(b) Bare 19 av 106 kom helt fram her. Mange prøver med partikulærlösning av typen

$y_p = Ae^{-3t}$, $y_p = Ate^{-3t}$ eller $y_p = (A + Bt)e^{-3t}$. Men alle disse er jo lösninger av den homogene ligning og må derfor gi ved innsetting: $y_p'' + 6y_p' + 9y_p \equiv \overset{\text{NB!}}{0}$, mens vi söker y_p som gir: $y_p'' + 6y_p' + 9y_p = \overset{\text{NB!}}{\underline{e}}^{-3x}$.

NB! Siden settet antageligvis var i største laget ble det punktet som var svakest besvart utelatt – og summen ble så delt på 8.