



Faglig kontakt under eksamen:
Marius Irgens (73 55 02 28, 47 86 45 35)

EKSAMEN I MA1102/MA6102 GRUNNKURS I ANALYSE II

Onsdag 17. desember 2008

Tid: 09:00 – 13:00

Sensur 17. januar 2009

Hjelpemidler (Kode D): Bestemt kalkulator (HP 30S eller Citizen SR-270X)

*Alle svar skal ha en god begrunnelse.
Du finner et ark med formler etter oppgavene.*

Oppgave 1 Vi skal se på initialverdiproblemet

$$y' = xy + 1, \quad y(0) = 0.$$

- a) Bruk Eulers metode med skrittlengde $1/2$ til å estimere $y(1)$ når y er løsningen til initialverdiproblemet.
- b) Løsningen på initialverdiproblemet kan skrives som en potensrekke på formen

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n.$$

Finn de fire første koeffisientene (d.v.s. a_0, a_1, a_2 og a_3).

Oppgave 2 Bruk trapesmetoden med 2 delintervaller til å finne en tilnærmet verdi for integralet

$$\int_0^1 e^{-x^2/2} dx.$$

Oppgave 3 For hvilke x konvergerer potensrekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2^n (2n+1)(n!)}$$

Oppgave 4 Bestem ligningen for kurven som bestemmes ved at punkt $P = (x, y)$ på kurven ligger like langt fra origo som fra linjen $y = 2$.

Oppgave 5 For hver av kurvene nedenfor, vis at punktet $(1, 1)$ ligger på kurven og finn deretter tangenten til kurven i dette punktet. Du velger selv hvordan du vil beskrive tangenten.

a) Kurven gitt ved parameterfremstillingen

$$x = t^2, \quad y = 2t - t^3.$$

b) Kurven gitt i polarkoordinater ved ligningen

$$r = \sin \theta + \cos \theta.$$

c) Kurven gitt som grafen til funksjonen

$$f(x) = x^x.$$

Oppgave 6 Avgjør om det uekte integralet $\int_{\pi}^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ konvergerer eller divergerer.

Hint: Du kan skrive $\int_{\pi}^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{\sin x}{x} dx$