MA1102
Grunnkurs i analyse II
Vår 2024

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Department of Mathematical Sciences

Øving 2

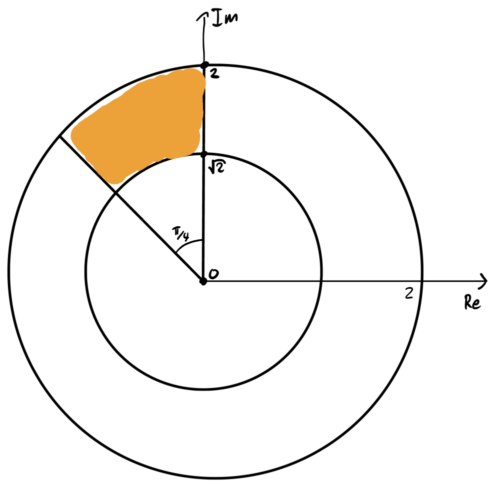
$\boxed{1}$ Finn alle tredjegrads røttene til det komplekse tallet $1 + i$.

$\boxed{2}$ Finn alle andregrads røttene til det komplekse tallet $-1 - i$.

$\boxed{3}$ Finn alle komplekse løsninger til likningen

$$z^3 - z^2 + 3z - 3 = 0.$$

$\boxed{4}$ Bestem området skravert i oransje på figuren under:



Skriv svaret ditt som en mengde $A = \{z \in \mathbb{C} : ...\}$. Merk at bildet ikke er riktig skalert.

$\boxed{5}$ La følgen $\{a_n\}_{n\geq 1}$ være gitt ved $a_1 = 2$, og $a_{n+1} = 1 + 1/a_n$ for $n \geq 1$. Vis at følgen er konvergent ved å vise at den tilfrestiller cauchykriteriumet.

$\boxed{6}$ Vis at følgen

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \ldots$$

er begrenset men *ikke* tidlfredstiller cauchykriteriumet. Er følgen konvergent?

$\boxed{7}$ La $\{a_j\}$ være en følge med komplekse tall. Anta at for ethvert par med heltall $N > M > 0$, holder det at

$$|a_M - a_{M+1}| + |a_{M+1} - a_{M+2}| + \cdots + |a_{N-1} - a_N| \leq 1.$$

Vis at $\{a_j\}$ konvergerer.