MA1102
Grunnkurs i analyse II
Vår 2024

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Department of Mathematical Sciences

Øving 3

$\boxed{1}$ Vi har tidligere vist det følgende resulatet:

Teorem 1 *La $\{\alpha_j\}$ være en reell følge. Da tilfredsstiller følgen cauchykriteriumet hvis og bare hvis følgen konvergerer mot en grense α.*

Vis at dette også gjelder for komplekse følger. Det vil si at du skal vise det følgende:

Teorem 2 *La $\{\alpha_j\}$ være en kompleks følge. Da tilfredsstiller følgen cauchykriteriummet hvis og bare hvis følgen konvergerer mot en grense α.*

$\boxed{2}$ Vi har tidligere vist:

Teorem 3 (Bolzano–Weierstrass) *La $\{a_j\}$ være en begrenset følge i $\mathbb{R}$. Da eksisterer en delfølge som konvergerer.*

Vis at dette også gjelder for komplekse følger. Det vil si at du skal vise det følgende

Teorem 4 *La $\{a_j\}$ være en begrenset følge i $\mathbb{C}$. Da eksisterer en delfølge som konvergerer.*

$\boxed{3}$ La $\{\alpha_j\}$ være en konvergent følge med grense α. Vis at enhver delfølge også konvergerer til α.

$\boxed{4}$ La $x_1 = 2$. For $j \geq 1$, la

$$x_{j+1} = x_j - \frac{x_j^2 - 2}{2x_j}.$$

Vis at følgen $\{x_j\}$ er avtagende og nedenfra bedrenset. Hva er grenseverdien?