



Husk å begrunne alle svarene dine!

1 La  $\{\alpha_j\}$  være en kompleks følge slik at

$$\sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j$$

konverger absolutt. Vis at

$$\sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j$$

også konvergerer.

**Hint:** Vi har allerede vist dette for reelle følger i forelesning.

2 Bestem om de følgende rekkene konvergerer eller divergerer.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} + \frac{1}{n} \right),$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n - \cos n}{n^2 + 2n}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-\sqrt{n}}$$

3 For hvilke reelle tall  $a \in \mathbb{R}$  er den følgende rekken konvergent?

$$\sum_{n=1}^{\infty} a^n \frac{n^2}{2^n}.$$

- 4 (a) La  $(a_n)_{n=0}^{\infty}$  være en Cauchyfølge i  $\mathbb{R}$ . Vis at summen

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n-1})$$

er konvergent.

- (b) La  $(a_n)_{n=0}^{\infty}$  være en begrenset følge i  $\mathbb{R}$ . Vis at summen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$$

er absolutt konvergent.

- 5 Rekker på formen

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - c)^n$$

blir ofte kalt **kalt potensrekker** og to viktige eksempler er

$$\sum_{n=0}^{\infty} 1 \cdot (x - 0)^n = \frac{1}{1 - x}, \quad (1)$$

og

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (x - 0)^n = e^x \quad (2)$$

Merk at potensrekker ikke alltid konvergerer, slik som vi skal se er tilfellet med  $\frac{1}{1-x}$ . Merk også at sentrum  $c$  for potensrekken kan være ulikt 0. Vi skal lære mer om potensreker senere i kurset, men kan allerede regne litt med dem.

- a) For hvilke  $x \in \mathbb{R}$  konvergerer potensrekken i (1)? Bruk en konvergenstest.  
b) For hvilke  $x \in \mathbb{R}$  konvergerer potensrekken i (2)? Bruk en konvergenstest.