



Faglig kontakt under eksamen: Heidi Dahl  
Telefon: 7359 3464

Eksamen i fag MA1103 Flerdimensjonal analyse  
Bokmål  
Torsdag 2. juni 2005  
Kl. 09.00-13.00

Hjelpemiddel: Kalkulator HP30S  
Alle svar skal begrunnes. Lykke til!

Sensur faller 21.06.2005.

**Oppgave 1** La  $f(x, y) = x^2 + 4y^2 - 2x + 6$

- a) Finn og klassifiser eventuelle kritiske punkt for  $f$ .
- b) Bestem maksimalverdien og minimalverdien til  $f$  på området

$$E : \left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 \leq 1.$$

- c) Beregn volumet av legemet under grafen til  $f$  over området  $E$ .
- d) La  $C$  betegne randa til  $E$ , orientert mot klokka. La  $\mathbf{F} = [y, x]$  være et kraftfelt. Beregn arbeidet  $\mathbf{F}$  utfører på en partikkel som gjennomløper kurven  $C$  i positiv omløpsretning.

**Oppgave 2**

- a) La

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2} + 3x & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Avgjør om  $f$  er kontinuerlig i  $(0, 0)$ .

- b) Gitt en funksjon  $g(x, y)$  og et punkt  $(a, b)$  i definisjonsmengden til  $g$ . Vi definerer to nye en-variabelfunksjoner ved  $h(x) = g(x, b)$  og  $k(y) = g(a, y)$ . Besvar følgende to spørsmål:
- Hvis  $h(x)$  er kontinuertlig for  $x = a$  og  $k(y)$  er kontinuertlig for  $y = b$ , er da  $g(x, y)$  kontinuertlig for  $(x, y) = (a, b)$ ?
  - Hvis  $g(x, y)$  er kontinuertlig i  $(a, b)$ , er da  $h(x)$  kontinuertlig for  $x = a$  og  $k(y)$  kontinuertlig for  $y = b$ ?

(Husk å begrunne svarene!)

**Oppgave 3** Truls og Else flyr i varmluftballong. Vi tenker oss et koordinatsystem plassert slik at ballongen kan beskrives med likningene  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$  og  $z \geq -2\sqrt{3}$ .

- a) Oppdriftsfeltet for ballongferden er gitt ved  $\mathbf{F}(x, y, z) = [x, y, z + 4]$ . Tegn en skisse av varmluftballongen og beregn fluksen

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$$

ut gjennom ballongoverflata  $S$ .

- b) Regn ut volumet begrenset av ballongoverflata og planet  $z = -2\sqrt{3}$ .

**Oppgave 4** Oppe i luften oppstår et nærmest elektrisk felt

$$\mathbf{E} = \left[ \frac{2x}{x^2 + y^2 + 1} + ze^x, \frac{2y}{x^2 + y^2 + 1} + 3z, e^x + 3y + 1 \right]$$

mellom Truls og Else. Vis at feltet er konservativt, ved å finne en potensialfunksjon for  $\mathbf{E}$ .