Faglig kontakt:	Heidi Dahl
Hjelpemidler:	Ingen
Sensur:	17. mars

Midtsemesterprøve 03.03.04
MA1103 Flerdimensjonal Analyse

Les dette før du starter:

-I oppgave 1, 2 og 3 skal du avgjøre hvilket alternativ som gir riktig svar. Utregninger eller begrunnelser kreves ikke. Kun ett alternativ er riktig i hver av oppgavene. Riktig svar belønnes med 1 poeng. Feil svar, eller dersom flere alternativer er valgt, gir 0 poeng. Du angir svaret ved å skrive oppgavenummer og valgt alternativ på eget ark, eller ved å ringe rundt valgt alternativ på oppgavearket. Husk da å levere oppgavearket med besvarelsen.

-I oppgave 4, 5, 6 og 7 skal utregninger og begrunnelser være med i besvarelsen. Hvert delspørsmål gir opptil 1 poeng.

Lykke til!

Oppgave 1

Likningssettet $\begin{cases} x = z \\ y = z \end{cases}$ beskriver

a) et plan i $\mathbb{R}^3$

b) ei linje i $\mathbb{R}^3$

c) et punkt i $\mathbb{R}^3$

Oppgave 2

La $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ være en funksjon av to variable x og y. Hvilken av følgende påstander holder:

a) hvis f er kontinuerlig i punktet (a, b) så eksisterer både den partiellderiverte av f med hensyn på x i punktet (a, b) og den partiellderiverte av f med hesyn på y i punktet (a, b)

b) hvis begge de partiellderiverte av f eksisterer i punktet (a, b), så er f kontinuerlig i (a, b)

c) hvis f er differensierbar i punktet (a, b), så er f kontinuerlig i (a, b)

Oppgave 3

Gitt funksjonen $f(x, y) = \dfrac{x^2y + 2x^2 + 2y^2}{x^2 + y^2}$. Bestem (om mulig) grensen

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x, y)$$

a) 0

b) 1

c) 2

d) grensen eksisterer ikke

Oppgave 4

La $f(x,y) = 6xy - 2x^3 - 3y^4 + 16$.

Anta at funksjonen $f(x,y)$ angir høyden over havet over et område i xy-planet. En person som befinner seg i punktet $(1, \frac{1}{2}, f(1, \frac{1}{2}))$ får pustebesvær på grunn av den tynne luften i høyden. I hvilken retning må vedkommende begynne å bevege seg for å komme raskest mulig nedover?

Oppgave 5

En kurve $\mathcal{C}$ i rommet er parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = 2t\,\hat{\mathbf{i}} + t^2\,\hat{\mathbf{j}} + \ln(t)\,\hat{\mathbf{k}}$ for $t > 0$.

Finn buelengden av $\mathcal{C}$ mellom punktene $(2,1,0)$ og $(4,4,\ln(2))$.

Oppgave 6

La $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2 + 1)$.

a) Finn alle kritiske punkter til f.

b) Klassifiser alle kritiske punkter for funksjonen f.

c) Finn maksimums- og minimumsverdien til f over det elliptiske området $x^2 + 4y^2 \leq 1$.

Oppgave 7

a) Skisser området D i xy-planet gitt ved ulikhetene
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ x^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$$

b) Bestem dobbeltintegralet $\int\int_D \ln(x^2+y^2)\,dA$, der D er området fra oppgave a).