

Juni 2005

Oppgave 3 Truls og Else flyr i varmluftballong. Vi tenker oss et koordinatsystem plassert slik at ballongen kan beskrives med likningene $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ og $z \geq -2\sqrt{3}$.

- a) Oppdriftsfeltet for ballongferden er gitt ved $\mathbf{F}(x, y, z) = [x, y, z + 4]$. Tegn en skisse av varmluftballongen og beregn fluksen

$$\int \int_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$$

ut gjennom ballongoverflata S .

- b) Regn ut volumet begrenset av ballongoverflata og planet $z = -2\sqrt{3}$.

Oppgave 4 Oppe i luften oppstår et nærmest elektrisk felt

$$\mathbf{E} = \left[\frac{2x}{x^2 + y^2 + 1} + ze^x, \frac{2y}{x^2 + y^2 + 1} + 3z, e^x + 3y + 1 \right]$$

mellom Truls og Else. Vis at feltet er konservativt ved å finne en potensialfunksjon for \mathbf{E} .

Desember 2005

Oppgave 3

- a) Formuler Greens teorem.

- b) Beregn integralet

$$I = \int_C (-y^3 + 1) dx + (2x^3 + e^{y^2}) dy,$$

der C er kurven

$$\begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos t \\ y = \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi$$