

Oppgaver til bevismetoder

Uttrykket $3 \mid n$ betyr at 3 deler n , det vil si at $\frac{n}{3}$ er et heltall, som igjen er ekvivalent med at $n = 3a$ for et heltall a .

Oppgave 1: Hvilke av de følgende setningene er utsagn, og avgjør om utsagnene er RETT eller GAL:

- i) $7 > 5$
- ii) Er $5 > 7$?
- iii) Hvis 5 er like, så er $6 = 7$
- iv) Vis at $\sqrt{2}$ ikke er et heltall
- v) $5 > 7$
- vi) $\sqrt{2}$ er et heltall

Oppgave 2: Vis at dersom 3 deler n^2 , så deler 3 også n .

Oppgave 3: Vis eller motbevis at 3 deler n^2 hvis og bare hvis 3 deler n (dvs. $3 \mid n^2 \Leftrightarrow 3 \mid n$)

Oppgave 4: Vis eller motbevis at 4 deler n^2 hvis og bare hvis 4 deler n (dvs. $4 \mid n^2 \Leftrightarrow 4 \mid n$)

En mulig løsning til oppgave 2: Anta $3 \nmid n$, det vil si at 3 ikke deler n . Da må n være på formen $3k + 1$ eller $3k + 2$ for k et heltall. Ser da at n^2 må være $(3k + 1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1$ eller $(3k + 2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(3k^2 + 4k) + 1$. Vi ser at $3 \nmid n^2$, og har dermed vist at

$$3 \nmid n \Rightarrow 3 \nmid n^2$$

Dersom vi lar $P = 3 \mid n^2$ og $Q = 3 \mid n$, ser vi at IKKE $P = 3 \nmid n^2$ og IKKE $Q = 3 \nmid n$. Uttrykket overfor kan dermed bli reformulert som

$$\text{IKKE } Q \Rightarrow \text{IKKE } P$$

som igjen er ekvivalent med

$$P \Rightarrow Q$$

eller, for å skrive det med matematiske symboler

$$3 \mid n^2 \Rightarrow 3 \mid n$$