

### Fra Anton og Rorres avsnitt 1.1

1 Hvilke av følgende ligninger er lineære ligninger med hensyn på  $x_1, x_2$  og  $x_3$ ?

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & x_1 + 5x_2 - \sqrt{2}x_3 = 1 \\ \text{(b)} & x_1 + 3x_2 + x_1x_3 = 2 \\ \text{(c)} & x_1 = -7x_2 + 3x_3 \\ \text{(d)} & x_1^{-2} + x_2 + 8x_3 = 5 \\ \text{(e)} & x_1^{3/5} - 2x_2 + x_3 = 4 \\ \text{(f)} & \pi x_1 - \sqrt{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 = 7^{1/3} \end{array}$$

5 Finn et lineært ligningssystem som svarer til den utvidede matrisen.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ \text{(b)} & \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 & 5 \\ 7 & 1 & 4 & -3 \\ 0 & -2 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \\ \text{(c)} & \begin{bmatrix} 7 & 2 & 1 & -3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \text{(d)} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \end{array}$$

8 Betrakt følgende ligningssystem

$$\begin{array}{rcl} x & + & y & + & 2z & = & a \\ x & & & + & z & = & b \\ 2x & + & y & + & 3z & = & c. \end{array}$$

Vis at dersom systemet skal være konsistent så må konstantene  $a, b$  og  $c$  tilfredstille  $c = a + b$ .

10 Vis at elementære radoperasjoner ikke påvirker løsningsmengden til et lineært ligningssystem.

### Fra Anton og Rorres avsnitt 1.2

4a Anta at den utvidede matrisen svarende til et lineært ligningssystem har blitt redusert til den gitte reduserte rad-trappeformen (echelon-formen) under. Løs ligningssystemet.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

5 I hver del anta at den utvidede matrisen svarende til et lineært ligningssystem har den gitte trappeformen under. Løs systemet.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \\ \text{(b)} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 8 & -5 & 6 \\ 0 & 1 & 4 & -9 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

6a Løs det gitte ligningsystemet ved hjelp av Gauss–Jordan eliminasjon.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 2x_3 &= 8 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= 1 \\ 3x_1 - 7x_2 + 4x_3 &= 10\end{aligned}$$

13b Løs det gitte homogene ligningsystemet ved en valgfri metode.

$$\begin{aligned}3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 0\end{aligned}$$

22 For hvilke verdi(er) av  $\lambda$  har ligningsystemet

$$\begin{aligned}(\lambda - 3)x + y &= 0 \\ x + (\lambda - 3)y &= 0\end{aligned}$$

ikke-trivielle løsninger?

25 Finn koeffisientene  $a, b, c$  og  $d$  slik at kurven vist under

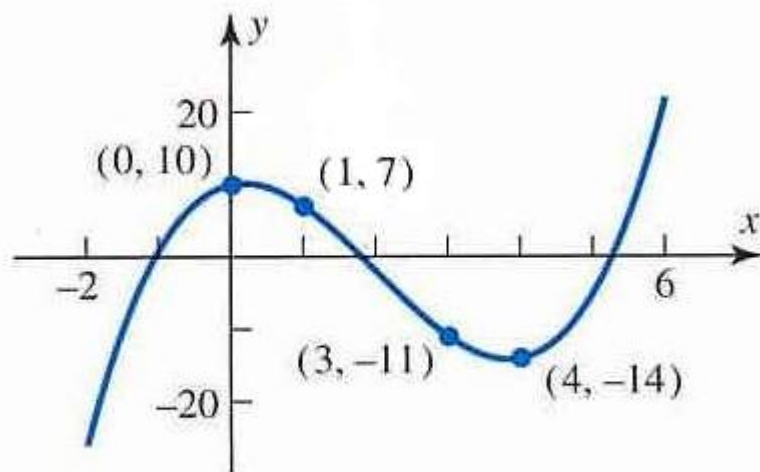


Figure Ex-25

er grafen til ligningen  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ .

27 (a) Vis at dersom  $ad - bc \neq 0$ , så er den reduserte rad-trappeformen av

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad \text{lik} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(b) Bruk oppgave (a) til å vise at systemet

$$\begin{aligned}ax + by &= k \\ cx + dy &= l\end{aligned}$$

har nøyaktig én løsning når  $ad - bc \neq 0$ .