Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Institutt for matematiske fag

MA1201 Lineær algebra og geometri
Fasit for eksamen gitt 9. desember 2004

Oppgave 1

a) Redusert trappeform: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 12/7 \\ 0 & 0 & 1 & 1/7 \end{bmatrix}$.

Løsning: $x = 1$, $y = \frac{12}{7}$ og $z = \frac{1}{7}$.

b) Ingen løsning: $a = -4$.
Nøyaktig én løsning: $a \neq \pm 4$.
Uendelig mange løsninger: $a = 4$.

Oppgave 2

$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (3, -3, -15)$. Areal: $\frac{9}{2}\sqrt{3}$.

Oppgave 3

$4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i = 8(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$.

3. røttene av $4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$ er: $z_0 = 2(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12})$, $z_1 = 2(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$ og $z_2 = 2(\cos\frac{17\pi}{12} + i\sin\frac{17\pi}{12})$.

Oppgave 4

$T_A(2, 3) = (-3, 2)$. Den geometriske tolkningen av T_A er rotasjon med $\frac{\pi}{2}(= 90°)$ mot klokken.

Oppgave 5

a) A har egenverdier $\lambda_1 = 1$ og $\lambda_2 = 3$ med tilhørende egenvektorer lik henholdsvis $\mathbf{v}_1 = (1, 1)$ og $\mathbf{v}_2 = (3, 1)$.

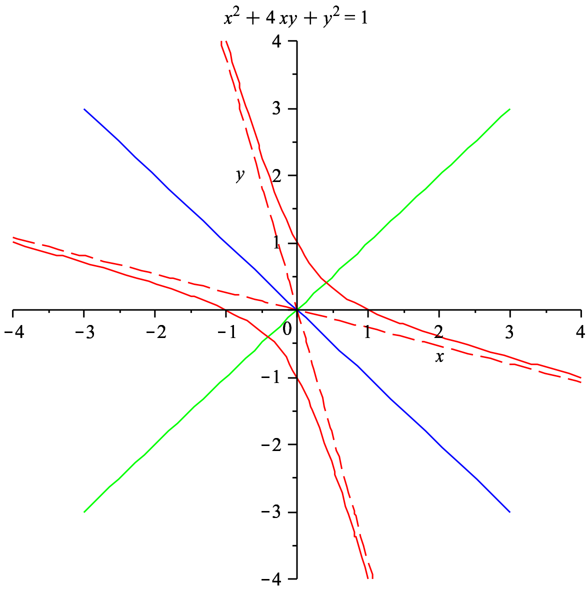
b) $P = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ og $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$.

Hint: Bruk induksjon.

Oppgave 6

Kjeglesnittet gitt ved ligningen $x^2 + 4xy + y^2 = 1$ skrives på standard form $\left(\frac{x'}{1/\sqrt{3}}\right)^2 - (y')^2 = 1$ i $x'y'$-kooridnatsystemet. Dette er ligningen for en hyperbel.

I skissen til høyre er x'-aksen merket grønt og y'-aksen merket blått. De stiplede linjene er asymptotene til parablene.



Oppgave 7

Hint: Gang begge sider av ligningen $A^2 = A$ med A^{-1} fra venstre når du skal vise A inverterbar $\implies A = I$.

Oppgave 8

A_r er **inverterbar** for $r \neq 1$.