Norges teknisk-
naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

MA1201 Lineær algebra og geometri
Fasit for eksamen gitt 12. desember 2005

Oppgave 1

a) Redusert trappeform: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Løsning: $x = -2$, $y = 1$ og $z = 1$.

b) Ingen løsning: $a = -1$.
Nøyaktig én løsning: $a \neq -1$.
Uendelig mange løsninger: Inntreffer aldri.

Oppgave 2

$w = 2 - 2\sqrt{3}i = 4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$.

2. røttene til w: $w_0 = \sqrt{3} - i$ og $w_1 = -\sqrt{3} + i$.

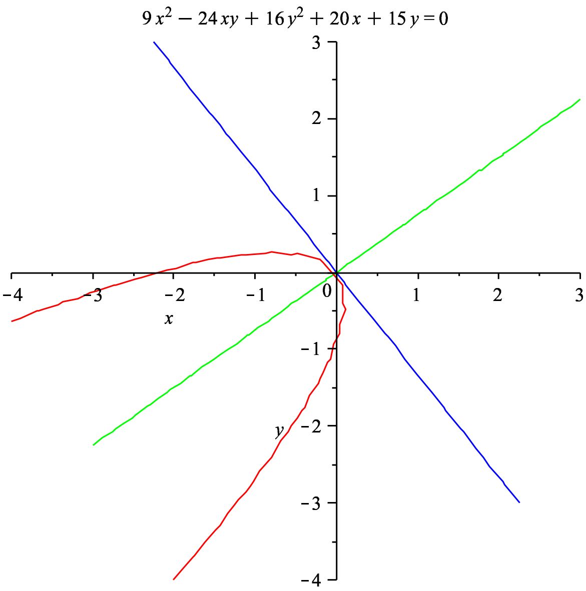
$(z+2)^2 = 2 - 2\sqrt{3}i$ har løsning $z_0 = -(2+\sqrt{3}) + i$ og $z_1 = \sqrt{3} - 2 - i$.

Oppgave 3

a) A har egenverdier $\lambda_1 = 0$ og $\lambda_2 = 25$ med tilhørende (normaliserte) egenvektorer lik henholdsvis $\mathbf{v}_1 = (4/5, 3/5)$ og $\mathbf{v}_2 = (-3/5, 4/5)$.

$P = \begin{bmatrix} 4/5 & -3/5 \\ 3/5 & 4/5 \end{bmatrix}$ og $D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 25 \end{bmatrix}$. Den kvadratiske formen $9x^2 - 24xy + 16y^2$ er **ikke** positivt definitt.

b) Kjeglesnittet gitt ved ligningen $9x^2 - 24xy + 16y^2 + 20x + 15y = 0$ skrives som $x' + (y')^2 = 0$ på standard form i $x'y'$-koordinatsystemet. I skissen til høyre er x'-aksen merket med grønt og y'-aksen merket med blått.



Oppgave 4

a) Areal: $\frac{3}{2}$.

b) S ligger **ikke** i planet bestemt av punktene P, Q og R.

Oppgave 5

a) $T(1,0) = (0,2)$ og $T(0,1) = (1,-1)$. $[T] = \left[\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{smallmatrix}\right]$.

b) Eksempel: $T(x,y) = (x^2, y)$.

Oppgave 6

Hint: Benytt at $A = A^T$ for en symmetrisk matrise A.