Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

MA1201 Lineær algebra og geometri
Fasit for eksamen gitt 26. mai 2005

Oppgave 1

a) Redusert trappeform: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

Løsning: $x = 1$, $y = 2$ og $z = 3$.

b) Ingen løsning: $t = 0$.
Nøyaktig én løsning: $t \neq \pm 1$.
Uendelig mange løsninger: $t = -1$.

Oppgave 2

a) Hint: Benytt at $z\bar{z} = |z|^2$ og $w\bar{w} = |w|^2$.

b) $1 - i = \sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

3. røttene til $1-i$ er: $z_0 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)$, $z_1 = \sqrt[6]{2}(\cos\frac{7\pi}{12} + i \sin\frac{7\pi}{12})$ og $z_2 = \sqrt[6]{2}(\cos\frac{15\pi}{12} + i \sin\frac{15\pi}{12})$.

Oppgave 3

a) A har egenverdier: $\lambda_1 = -2$ og $\lambda_2 = 2$. $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ og $D = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

b) $A^n = \begin{bmatrix} (-2)^{n-2} + 3\cdot 2^{n-2} & -(-2)^{n-2} + 2^{n-2} \\ 3(-(-2)^{n-2} + 2^{n+2}) & 3\cdot(-2)^{n-2} + 2^{n-2} \end{bmatrix}$.

c) A **er** inverterbar.

Hint: Se på $AB = I$ og $CA = I$, og vis at $B = C$, der $A, B, CogI$ er $(n \times n)$-matriser.

Oppgave 4

$[T_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ og $[T_2] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $T_1 \circ T_2 \neq T_2 \circ T_1$.

Oppgave 5

En ligning som beskriver planet: $4x + 13y - z = 17$.