

MA1201 LINEÆR ALGEBRA OG GEOMETRI

Semesterprøve – bokmål

Torsdag 11. oktober 2007

Tid: 12:15 – 13:45

Tillatte hjelpemidler: Ingen.

Prøven har to sider og har 12 oppgaver. Du skal sette *ett* kryss for hver oppgave på eget svarark. *Ikke* skriv på oppgavearket.

Oppgave 1

Hvilken av følgende matriser har ikke rad-trappeform?

A: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
 B: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
 C: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
 D: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Oppgave 2

Løsningen til ligningssystemet

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 &= a \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= b \\ 3x_1 + 6x_2 - 5x_3 &= c \end{aligned}$$

er

A: $\begin{aligned} x_1 &= 2a+17b+11c \\ x_2 &= -a-11b+7c \\ x_3 &= 3b-2c \end{aligned}$
 B: $\begin{aligned} x_1 &= 2a-17b-11c \\ x_2 &= -a+11b-7c \\ x_3 &= 3b+2c \end{aligned}$
 C: $\begin{aligned} x_1 &= -2a+17b-11c \\ x_2 &= a+11b-7c \\ x_3 &= 3b+2c \end{aligned}$
 D: $\begin{aligned} x_1 &= 2a-17b+11c \\ x_2 &= -a+11b-7c \\ x_3 &= 3b-2c \end{aligned}$

Oppgave 3

Bestem den reduserte rad-trappeformen til matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 0 & 8 & 4 & 18 \\ 0 & 0 & 5 & 10 & 0 & 15 \\ 2 & 6 & -5 & -2 & 4 & -3 \end{bmatrix}.$$

A: $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 & 2 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 9/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
 B: $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
 C: $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
 D: $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Oppgave 4

Hva blir $(2X + 3I)^T Y$ når $X = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ og $Y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$?

A: $\begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 9 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 9 \end{bmatrix}$
 B: $\begin{bmatrix} 9 & 4 & 2 \\ 4 & 9 & 2 \\ 2 & 2 & 9 \end{bmatrix}$
 C: $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
 D: Udefinert

Oppgave 5

Hva er determinanten til $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$?

A: 0
 B: 1
 C: 2
 D: -1

Oppgave 6

La $Y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{bmatrix}$. Vi skal finne matrisen X slik at $XY = I_3$. Svar:

A: $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{bmatrix}$
 B: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 3 & 8 \end{bmatrix}$
 C: Finnes ikke
 D: $\begin{bmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

Oppgave 7

La X og Y være to $(n \times n)$ -matriser, og anta at X er invertibel. Determinanten $\det(XYX^{-1})$ er lik:

- A: $\det Y$ B: $\det X \cdot \det Y$ C: 0 D: $2 \det X + \det Y$

Oppgave 8

Hvilken matrise er ikke elementær?

- A: $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ B: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ C: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ D: $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Oppgave 9

Se på følgende liste av utsagn.

- (1) Hvis jorden er flat, så er månen rund.
- (2) 5 går opp i n hvis og bare hvis 5 går opp i n^3 .
- (3) Hvis $x < y$ så er $-x > -y$.
- (4) La A være en $(n \times n)$ -matrise, og b og x to n -dimensjonale kolonnematriser. Hvis $Ax = b$, så er $x = A^{-1}b$.
- (5) Et lineært ligningssystem $Ax = b$, der $b \neq 0$, har alltid en løsning.
- (6) Et lineært ligningssystem $Ax = 0$ har alltid en ikke-triviell løsning.
- (7) La A være en kvadratisk matrise som oppfyller $A = AA^T$. Da er $\det A = (\det A)^2$.
- (8) La A og B være to $(n \times n)$ -matriser og anta at A kan reduseres til B ved hjelp av elementære radoperasjoner. Da er $\det A = \det B$.

Hvilke utsagn er sanne?

- A: 1, 3, 7 og 8 B: 2, 3, 5 og 6 C: 3, 4, 7 og 8 D: 1, 2, 3 og 7

Oppgave 10

Hva er determinanten til matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 12 & 4 \\ 3 & 11 & 0 & -9 & 6 \\ 4 & -14 & 51 & 0 & 8 \\ 5 & 31 & 2 & -2 & 10 \end{bmatrix} ?$$

- A: 231964 B: 0 C: 2 D: -268

Oppgave 11

La $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$. Hva er egenverdiene til A ?

- A: 4, 4, 4, 4 B: 1, 1, 1, 24 C: 0, 1, 2, 3 D: 1, 2, 3, 4

Oppgave 12

La A og B være to invertible $(n \times n)$ -matriser. Hvilket av de fire alternativene er lik matrisen $[(AB)^T(AB)A^{-1}]^{-1}$?

- A: $AB^{-1}A^{-1}(A^{-1})^T(B^{-1})^T$ B: $(A^{-1})^T(B^{-1})^T A^{-1}B^{-1}A$
 C: $(A^T)^{-1}(B^T)^{-1}A^{-1}B^{-1}A$ D: $AB^{-1}(A^T)^{-1}A^{-1}(B^{-1})^T$