Bokmål

Oppgave 1
La V være mengden av alle positive reelle tall med addisjon definert som $x+y = xy$ og skalarmultiplikasjon definert som $kx = x^k$. Er V med tilhørende addisjon og multiplikasjon et vektorrom? Velg riktig begrunnelse.

A: Ja, V tilfredsstiller alle aksiomene

B: Nei, det finnes ikke noe nullelement i V

C: Nei, det finnes verken nullelement eller negativt element i V

D: Nei, V er ikke lukket under skalarmultiplikasjon

Oppgave 2
La W være alle vektorer på formen (a, b, c), der a, b og c er reelle tall, og $a^2 + b^2 = c^2$. Er W et underrom av $\mathbf{R}^3$? Velg riktig begrunnelse.

A: Ja, W er et underrom av $\mathbf{R}^3$

B: Nei, W er ikke lukket under addisjon.

C: Nei, W er ikke lukket under skalarmultiplikasjon.

D: Nei, W er verken lukket under addisjon eller skalarmultiplikasjon.

Oppgave 3
La $\mathbf{v}_1 = (\lambda, -1, -1)$, $\mathbf{v}_2 = (-1, \lambda - 1, 1)$ og $\mathbf{v}_3 = (0, -1, \lambda - 1)$. For hvilke reelle verdier av λ er vektorsettet $V = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ lineært *avhengig* i $\mathbf{R}^3$.

A: $\lambda \in \mathbf{R}\backslash\{0, 1\}$

B: $\lambda \in \mathbf{R}\backslash\{0\}$

C: $\lambda \in \{0\}$

D: $\lambda \in \{0, 1\}$

Oppgave 4
Finn koordinatvektoren til $\mathbf{p} = 6+2x+3x^2$ relativt til basisen $S = \{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3\}$, der $\mathbf{p}_1 = 1 - x$, $\mathbf{p}_2 = x - x^2$ og $\mathbf{p}_3 = x^2$.

A: $(p)_S = (6, 2, 3)$

B: $(p)_S = (11, 5, 3)$

C: $(p)_S = (6, 8, 11)$

D: Det finnes flere alternativer som er rett

Oppgave 5
Finn en delmengde av vektorene $\mathbf{v}_1 = (1, 0, -1, 1), \mathbf{v}_2 = (-1, 1, 1, 0), \mathbf{v}_3 = (0, -1, 1, -1), \mathbf{v}_4 = (0, 0, 1, 0)$ som danner en basis for rommet utspent av disse vektorene.

A: $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$

B: $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4\}$

C: $\{\mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$

D: Verken alternativ A, B, eller C gir en basis for rommet utspent av vektorene $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$.

Oppgave 6
La V være et fem-dimensjonalt vektorrom, og la S være en delmengde av V. Hvis S utspenner V må S

A: være en basis for V

B: være lineært uavhengig

C: bestå av maksimalt 5 vektorer

D: bestå av minst 5 vektorer

Oppgave 7
La A være en 5×3-matrise, med minst to lineært uavhengige kolonner. Hva er riktig påstand om dimensjonen til nullrommet til A?

A: Dimensjonen er 0 eller 1

B: Dimensjonen er 1 eller 2.

C: Dimensjonen er 2 eller 3

D: Dimensjonen ligger i intervallet fra og med 1 til og med 3

Oppgave 8
La V være et indreproduktrom og la $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in V$. Anta at $\langle u, v \rangle = -1$, $||u|| = 1$, $||v|| = 2$. Bestem $||2u - v||$.

A: 0

B: $2\sqrt{2}$

C: $2\sqrt{3}$

D: $4 + 2\sqrt{2}$

Oppgave 9

La overgangsmatrisen til en Markovkjede være $P = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix}$. Finn den stabile tilstandsvektoren q.

A: $[0, 0]^T$

B: $[1/2, 1/2]^T$

C: $[2/3, 1/3]^T$

D: Tilstandsvektoren er ikke definert siden P ikke er regulær

Oppgave 10

La $\mathbf{p}_1 = 1 + x + x^2$ og $\mathbf{p}_2 = 1 - x^2$ være to vektorer i $\mathcal{P}_2$. La W være indreproduktrommet utspent av $\mathbf{p}_1$ og $\mathbf{p}_2$, med indreprodukt definert ved $\langle p, q\rangle = a_0b_0 + a_1b_1 + a_2b_2$, og norm $||p|| = \langle p, p\rangle^{1/2}$. Finn projeksjonen av $\mathbf{r} = x + x^2$ på W.

A: $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}x + \frac{7}{6}x^2$

B: $1 + 2x + 3x^2$

C: $x + x^2$

D: Projeksjonen finnes ved å vri på hodet og se vektoren fra en annen vinkel mens man rister kraftig i papiret og blunker med øynene.