NTNU
Institutt for matematiske fag

# MA1202 LINEÆR ALGEBRA MED ANVENDELSER

Semesterprøve – bokmål
Tirsdag 11. mars 2008
Tid: 08:15 – 09:45

Tillatte hjelpemidler: Kode D, bestemt enkel kalkulator (HP30S).

Prøven har to sider og har 12 oppgaver. Du skal sette *ett* kryss for hver oppgave på eget svarark.
*Ikke* skriv på oppgavearket.

## Oppgave 1

Hvilken av følgende undermengder av $M_{2\times 2}$ danner ikke et underrom?

A: Mengden av matriser på formen $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$ der $a, b \in \mathbb{R}$.

B: Mengden av matriser på formen $\begin{bmatrix} a & 0 \\ b & c \end{bmatrix}$ der $a, b, c \in \mathbb{R}$.

C: Mengden av matriser på formen $\begin{bmatrix} a & 0 \\ ab & b \end{bmatrix}$ der $a, b \in \mathbb{R}$.

D: Mengden av matriser på formen $\begin{bmatrix} a & a+b \\ a-b & b \end{bmatrix}$ der $a, b \in \mathbb{R}$.

## Oppgave 2

I hvilket tilfelle er den angitte undermengden $W$ et underrom av vektorrommet $V$?

A: $V = \mathbb{R}^3$ og $W = \{(x, y, z) | x + y \geq z\}$

B: $V = M_{2\times 2}$ og $W = \{X | XA = A\}$ der $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

C: $V = M_{2\times 2}$ og $W = \{X | \det(X) = 0\}$

D: $V = M_{3\times 3}$ og $W = \{X | BX = XB\}$ der $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

## Oppgave 3

$$P = \frac{1}{100} \begin{bmatrix} 90 & 15 & 5 \\ 5 & 65 & 15 \\ 5 & 20 & 80 \end{bmatrix}$$

Hva er stabilitetsvektoren til Markovkjeden med $P$ som overgangsmatrise?

A: $\frac{1}{34}(16, 7, 11)$ B: $\frac{1}{34}(7, 11, 16)$ C: $\frac{1}{34}(11, 7, 16)$ D: $\frac{1}{34}(7, 16, 11)$

## Oppgave 4

Hva er det ortogonale komplementet til $\{(1, 0, 3), (0, 2, 0)\}$ i $\mathbb{R}^3$?

A: Planet gitt ved ligningen $3x - 2 = 0$

B: $\text{Span}\{(1, 0, 3), (0, 1, 0)\}$

C: Linjen utspent av vektoren $(1, 0, 3) \times (0, 2, 0)$ (kryssprodukt)

D: $\text{Span}\{(-3, 0, 1)\} \cup \{$ y-aksen $\}$

## Oppgave 5

La $v_1 = (1, 0, 1, 1), v_2 = (0, 1, 1, 2), v_3 = (0, 2, 1, 3)$. Hvilken av følgende vektorer ligger i $\text{Span}\{v_1, v_2, v_3\}$?

A: $(0, 0, 0, 1)$ B: $(1, 0, 0, 0)$ C: $(0, 1, 0, 0)$ D: $(0, 0, 1, 0)$

## Oppgave 6

Hvilken av følgende mengder av vektorer fra $\mathbb{R}^3$ er lineært uavhengige?

A: $\{(1,1,2),(1,2,2),(2,3,4)\}$ B: $\{(1,1,0),(0,0,0),(1,1,1)\}$

C: $\{(2,3,3),(1,4,3),(2,4,3)\}$ D: $\{(2,3,5),(4,2,2),(2,2,3)\}$

## Oppgave 7

En av disse matrisene har rang lik 2. Hvilken?

A: $\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 4\\ 1 & 3 & 9\end{bmatrix}$ B: $\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 3 & 5\end{bmatrix}$

C: $\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 4 & 4\\ 3 & 6 & 6\end{bmatrix}$ D: $\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 5 & 0\\ 4 & 0 & 3\end{bmatrix}$

## Oppgave 8

La $u$ og $v$ være ortogonale vektorer i et indreproduktrom, slik at $||u|| = 1$ og $||v|| = 2$. Hvilken av følgende vektorer har størst norm?

A: $u$ B: $v$ C: $\frac{1}{2}(u+v)$ D: $u-v$

## Oppgave 9

Hva er koordinatvektoren til polynomet $P = x^2 - 2x + 1$ relativt til basisen $\{v_1, v_2, v_3\}$ der $v_1 = x^2 + 1$, $v_2 = x^2 + x$ og $v_3 = x + 2$?

A: $\frac{1}{3}(7,2,-4)$ B: $\frac{1}{3}(4,-7,-2)$ C: $\frac{1}{3}(7,-4,-2)$ D: $\frac{1}{3}(-4,7,2)$

## Oppgave 10

Hvilken identitet er generelt riktig, når $A$ er en $m \times n$-matrise?

A: $m = \text{rang}(A) + \dim \text{Null}(A)$ B: $n = \text{rang}(A) + \dim \text{Null}(A)$

C: $\text{rang}(A) + \text{rang}(A^T) = n + m$ D: $n = \text{rang}(A^T) + \dim \text{Null}(A^T)$

## Oppgave 11

Hva er dimensjonen til vektorrommet av alle symmetriske $3 \times 3$-matriser $A$? Dvs. $A^T = A$.

A: 6 B: 5 C: 7 D: 8

## Oppgave 12

La $v_1 = (1,1,1), v_2 = (1,0,0)$ og $v_3 = (0,1,1)$. Den ortogonale projeksjonen av $v_1$ ned på planet utspent av $v_2$ og $v_3$ er:

A: 0 B: $v_1 + v_2 - v_3$ C: $v_1 - v_2 - v_3$ D: $v_1$