Midtsemester-eksamen i MA1202

Fredag 9/3-2007, 8.15-10.00

Studentnummer:

Oppgave 1: La $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. Da er:

$\square$ $\text{Rank}(A) = 2, \text{Nullity}(A) = 2$ $\square$ $\text{Rank}(A) = 3, \text{Nullity}(A) = 2$

$\square$ $\text{Rank}(A) = 1, \text{Nullity}(A) = 3$ $\square$ $\text{Rank}(A) = 2, \text{Nullity}(A) = 3$

$\square$ $\text{Rank}(A) = 3, \text{Nullity}(A) = 1$ $\square$ $\text{Rank}(A) = 4, \text{Nullity}(A) = 1$

Oppgave 2: For hvilke verdier av a er vektoren $(a^2, -3a, -2)$ et element i rommet $W = \text{Span}\{(1,2,3), (0,1,1), (1,3,4)\}$?

$\square$ $a = -4$ $\square$ $a = -1$ $\square$ $a = 0$ $\square$ $a = 1$ $\square$ $a = 2$ $\square$ $a = 9$

Oppgave 3: La U og W være underrom av et vektorrom V. Hvilke av de følgende mengdene er alltid et underrom av V?

$\square$ $U \cup W$ $\square$ $U \cap W$ $\square$ $U \setminus W (= \{\mathbf{u} \in U \mid \mathbf{u} \notin W\})$ $\square$ $W \setminus U$

Oppgave 4: La $S = \{t+1, t-1, t+t^2\}$ være en basis for det reelle vektorrommet $P_2 = \{a + bt + ct^2 | a, b, c \in \mathbb{R}\}$. Bestem $(t^2)_S$ (koordinatvektoren til t^2 relativt til basisen S).

$\square$ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$ $\square$ $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1)$ $\square$ $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$ $\square$ $(-1, -1, 2)$ $\square$ $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2})$

Oppgave 5: La $||\mathbf{u}|| = \sqrt{3}$, $||\mathbf{v}|| = \sqrt{2}$, og $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 2$. Bestem distansen $d(\mathbf{u}, 2\mathbf{v})$.

$\square$ 0 $\square$ 1 $\square$ $\sqrt{2}$ $\square$ $\sqrt{3}$ $\square$ 2 $\square$ 3

Oppgave 6: La $\mathbb{R}^3$ være indreproduktrommet med Euklidsk indreprodukt, og la $W = \text{Span}\{(0,-1,1), (1,1,1)\}$ være et underrom av $\mathbb{R}^3$. Finn $W^\perp$ (det ortogonale komplementet til W).

$\square$ $W^\perp = \emptyset$ $\square$ $W^\perp = \{\underline{0}\}$ $\square$ $W^\perp = \text{Span}\{(1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})\}$

$\square$ $W^\perp = \text{Span}\{(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}), (-2, -1, -1)\}$ $\square$ $W^\perp = \mathbb{R}^3$

Oppgave 7: La $P = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 2 & 8 & 2 \\ 7 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ være overgangsmatrisen til en markovkjede. Bestem den stabile sannsynlighetsvektoren (likevektsvektoren) til markovkjeden.

☐ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ☐ $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ ☐ $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$ ☐ $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ ☐ $(\frac{1}{\sqrt{4}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{4}})$

Oppgave 8: La $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -7 & 2 & -2 \end{bmatrix}$. Bestem mengden $L = \{\mathbf{b} \mid A\mathbf{x} = \mathbf{b} \text{ er løsbar}\}$.

☐ $L = \text{Span}\{(1, 0, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}), (0, 1, -\frac{1}{5}, \frac{2}{5})\}$
☐ $L = \text{Span}\{(1, -2, 1, 0), (2, 1, 1, 2)\}$
☐ $L = \text{Span}\{(1, 2, 1), (-2, 1, -7)\}$
☐ $L = \text{Span}\{(1, 0, 0), (0, 1, 0)\}$
☐ $L = \{(a, b, c) \mid 3a = b + c\}$
☐ $L = \{(a, b, c) \mid 3a + b + c = 0\}$