Løsningsforslag øving 1
MA1202/6202 V2016

Oppg 4.1 Her er + og · def. ved

$$(u_1, u_2) + (v_1, v_2) = (u_1+v_1, u_2+v_2)$$

$$k\cdot(u_1,u_2) = (0, ku_2)$$

a) $(2,4)+(1,-3) = (3,1)$

$5\cdot(2,4) = (0,20)$

b) Opplagt at $\vec{u}+\vec{v}$, $k\vec{u} \in V = \mathbb{R}^2$.

c) Aksiom 1-5 er oppfylt, siden de holder i $\mathbb{R}^2$ med vanlig addisjon

Aksiom 6 holder pga. pkt b).

d) Aksiom 7:

$$k((u_1,u_2)+(v_1,v_2)) = k(u_1+v_1, u_2+v_2)$$

$$= (0, k(u_2+v_2)) = (0, ku_2+kv_2)$$

$$= (0, ku_2) + (0, kv_2) = k(u_1,u_2) + k(v_1,v_2)$$

ok

Aksiom 8

$$(k+m)(u_1,u_2) = (0,(k+m)u_2) = (0, ku_2+mu_2)$$
$$= (0,ku_2) + (0,mu_2) = k(u_1,u_2) + m(u_1,u_2)$$

OK

Aksiom 9

$$k(m(u_1,u_2)) = k(0,mu_2) = (0, k(mu_2))$$
$$= (0,(km)u_2) = km(u_1,u_2)$$

OK

Aksiom 10

$$1\cdot(u_1,u_2) = (0,1u_2) = (0,u_2)$$

og dette er $\neq (u_1,u_2)$ hvis $u_1 \neq 0$.
Så Aksiom 10 holder ikke.

Oppg 5 $\quad V = \{(x,y) \mid x,y \in \mathbb{R},\ x \geq 0\}$

$(1,0) \in V$, $-1 \in \mathbb{R}$, men $-1(1,0) = (-1,0) \notin V$.
Så V er ikke et vektorrom.

Oppg 7

Opplagt, dette er et underrom av alle 2×2-matriser.

Oppg 21 Vis at $0\vec{v} = \vec{0}$.

se Thm. 4.1.1(a), side 175.

Oppg 24

a) Ja

b) Nei

c) Ja

Oppg 25

a) Ja

b) Nei

c) Ja

Oppg 31 a)

$$k_1(2,1,4) + k_2(1,-1,3) + k_3(3,2,5) = (-9,-7,-15)$$

gir likningssystemet

$$\begin{aligned} 2k_1 + k_2 + 3k_3 &= -9 \\ k_1 - k_2 + 2k_3 &= -7 \\ 4k_1 + 3k_2 + 5k_3 &= -15 \end{aligned}$$

Som har løsning $k_1 = -2$, $k_2 = 1$, $k_3 = -2$

b) $k_1 = k_2 = k_3 = 0$

Oppg 34 Se Ex 15 side 183

a) Her blir determinanten $= 6 \neq 0$
så vektorene utspenner $\mathbb{R}^3$

b) Her blir determinanten $= 0$
så vektorene utspenner ikke $\mathbb{R}^3$.

Oppg 40 At dette blir et underrom av $C[a,b]$ følger av at

$$\int_a^b (f+g)(x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$$

og $$k\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b (kf)(x)\,dx$$

Oppg 35

$$k_1\vec{v_1} + k_2\vec{v_2} + k_3\vec{v_3} =$$

$$\left(2k_1 + 3k_2 - 3k_3,\ k_1 - k_2,\ 3k_1 + 2k_2 + k_3,\ 5k_2 + 2k_3\right)$$

a) Får å løse systemet

$$\begin{aligned} 2k_1 + 3k_2 - 3k_3 &= 9 \\ k_1 - k_2 &= 0 \\ 3k_1 + 2k_2 + k_3 &= 11 \\ 5k_2 + 2k_3 &= 12 \end{aligned}$$

På matriseform

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 & 9 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 11 \\ 0 & 5 & 2 & 12 \end{bmatrix} \underset{\sim}{G-J.} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dvs. $k_1 = 2 \quad k_2 = 2 \quad k_3 = 1$

$$\vec{u} = 2\vec{v_1} + 2\vec{v_2} + \vec{v_3}.$$

Oppg 35 (b) Tilsvarende får vi

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 2 & 2 \end{bmatrix} \overset{G-J}{\sim} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dvs $0 = 1$ ingen løsning.

(c)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & 7 \\ 0 & 5 & 2 & -12 \end{bmatrix} \sim G-J \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dvs. $k_1 = 4, k_2 = -2 \quad k_3 = -1 \qquad \vec{u} = 4\vec{v}_1 - 2\vec{v}_2 - \vec{v}_3$

d) Opplagt $k_1 = k_2 = k_3 = 0$

der $\vec{0} \in \text{span}\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$