Noregs teknisk–naturvitskaplege universitet
Institutt for matematiske fag

Fagleg kontakt under eksamen:
Førsteamanuensis Jon Eivind Vatne (90 20 31 17)

Midtsemesterprøve i MA1301-Talteori

Fredag 7. oktober 2005
Tid: 08.15 – 9.45

Ingen hjelpemiddel tillatne.

Den første delen av oppgåvesettet har to oppgåver; svaret på desse skal du grunngi.
Del to av oppgåvesettet er fleirvalsoppgåver. Sett ring kring det rette svaret, og lever inn arket. Ver tydeleg; om det ikkje er klart kva for eit alternativ du har valt, vil du ikkje få poeng for oppgåva.

Del 1:

Oppgåve 1

a) Kva er den største felles divisoren til to positive tal?

b) Kva er vilkåret for at den diofantiske likninga $ax + by = c$ skal ha løysingar i heile tal?

Du skal frankere eit brev med 32 kroner, og har frimerke av valør 7,50 og 9,50.

c) Sett opp ei diofantisk likning som syner problemet. Løys likninga.

d) Finn dei moglege kombinasjonane av frimerke du kan setje på brevet.

Oppgåve 2 Kva er eit primtal? Vis at det finnast uendeleg mange ulike primtal.

Del 2: Kandidatnummer:

Oppgåve 3

a) Kva for eit alternativ syner verdet til desse binomialkoeffisientane (sett ring):

$\binom{5}{3}$	-3	1	15	10	5
$\binom{10}{7}$	84	93	120	70	7

b) Avgjer om desse påstandane er rette (sett ring):

$\binom{n}{1} = n$	Rett	Gal
$\binom{n}{2} = n(n+1)$	Rett	Gal
$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$	Rett	Gal
$\binom{n}{k} = -\binom{n}{n-k}$	Rett	Gal
$\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k}$	Rett	Gal
$\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k-1}$	Rett	Gal

Oppgåve 4

a) Rekn ut den største felles divisoren til følgjande par av tal (sett ring):

$gcd(17, 3)$	-1	3	1	17	51
$gcd(2883, 219)$	1	13	3	97	73
$gcd(55, 89)$	1	4	11	23	3

b) Avgjer om følgjande diofantiske likningar har løysingar i heile tal (sett ring):

$18x + 42y = 1$	Har løysing	Har ikkje løysing
$18x + 42y = 2$	Har løysing	Har ikkje løysing
$18x + 42y = 3$	Har løysing	Har ikkje løysing
$18x + 42y = 6$	Har løysing	Har ikkje løysing
$18x + 42y = 30$	Har løysing	Har ikkje løysing
$18x + 42y = -78$	Har løysing	Har ikkje løysing

Oppgåve 5

Avgjer om følgjande påstandar er rette (sett ring):

Det finnast uendeleg mange primtal på forma $4n + 3$	Rett	Gal
Det finnast uendeleg mange primtal på forma $3n + 6$	Rett	Gal
Det finnast heiltal a og b slik at $\sqrt{3} = \frac{a}{b}$	Rett	Gal

Jon Eivind Vatne