

Første øving for MA1301-Tallteori, 30/8-2005

Oppgavene hentes fra læreboken og fra tidligere eksamensoppgaver. I tillegg er det noen ekstraoppgaver som er skrevet helt ut.

Fra boken, Problems 1.1 side 6-8: 1,3,9,11,14.

Eksamen 26/5-2003: Oppgave 5a): Vis ved induksjon at hvert positivt heltall N kan skrives på formen

$$N = a_m 100^m + a_{m-1} 100^{m-1} + \cdots + a_1 100 + a_0$$

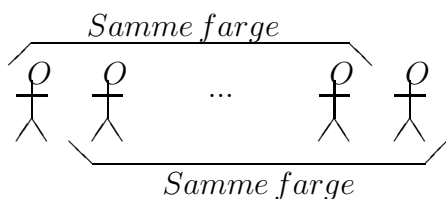
hvor koeffisientene a_i er heltall i intervallet $[0, 99]$.

Ekstraoppgaver, tema er hva som kan gå galt med induksjon.

1) Hva er galt med følgende resonnement?

Påstand: Alle barn har samme øyenfarge.

Bevis: Vi viser dette med induksjon på antall barn, n . For $n = 1$ er utsagnet trivielt, ett barn har en gitt øyenfarge. Anta resultatet holder for alle samlinger av $n = k - 1$ barn, vi vil vise at det er sant for $n = k$ barn. Så gitt en samling av k barn, still dem opp på rekke; per induksjon har de første $k - 1$ av barna samme øyenfarge, og også de siste $k - 1$. Men da vil de $k - 2$ barna i midten ha samme øyenfarge både som de $k - 1$ første og som de $k - 1$ siste! Følgelig har alle de k barna samme øyenfarge, og påstanden er bevist med matematisk induksjon.



2) Det er viktig å sjekke startbetingelsen! Vis at induksjonssteget holder for følgende påstand (altså: om det er sant for et heltall $k - 1$, vil det også være sant for k), men siden utsagnet ikke er riktig for noe heltall, er ikke dette nok!

Påstand: $1 + 2 + 3 + \cdots + (n - 1) + n = \frac{n^2 + n + 1}{2}$