Sjette øving for MA1301-Tallteori, 4/10-2005

Oppgavene hentes fra læreboken og fra tidligere eksamensoppgaver. I tillegg er det noen ekstraoppgaver som er skrevet helt ut.

Fra boken, Problems 3.3, side 59-61: 1, 8, 10, 26.

Eksamen 26/5-2003, Oppgave 1.

Eksamen 5/12-2003, Oppgave 1.

Ekstraoppgave: La a og b være relativt primiske positive heltall. Vis at om $a + b = n + 1$, så er $\frac{n!}{a!b!}$ et heltall. Hint: bruk at det finnes heltall x, y slik at $1 = ax + by$, og se på hva som skjer når $\frac{n!}{a!b!}$ ganges med a eller b. Vis også at om vi bare antar at a og b er positive heltall, så er $gcd(a, b)\frac{n!}{a!b!}$ et heltall.

Ekstraoppgave: Definer følgen a_n rekursivt ved $a_1 = 1$ og $a_{n+1} = \sqrt{3a_n + 4}$ for $n \geq 1$. Vis ved induksjon at $a_n < 4$ for alle $n \geq 1$.

Merknad: dette er siste øving før midtsemesterprøven. Den er ment å være mer omfattende enn en vanlig øving, og derfor også gi en rettesnor for eget arbeid i forkant av midtsemesterprøven.

Jon Eivind Vatne