Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen: Peter Lindqvist, telefon 73593520

Eksamen i MA1301/MA6301 Tallteori

Bokmål
Onsdag 3. desember 2008
Tid: 09.00 - 13:00
Hjelpemidler: Kalkulator

Sensur: Tirsdag 23. desember 2008

Oppgave 1

Et perfekt tall er like med summen av sine ekte divisorer, for eksempel 6 og 28. Vis at 496 er et perfekt tall.

Oppgave 2

Finnes det primtall i følgen

$$1001! + 2,\quad 1001! + 3,\quad 1001! + 4, \ldots,\quad 1001! + 1001?$$

Begrunn svaret ditt.

Oppgave 3

Anta at

$$3^{2009} \equiv 3 \pmod{m}.$$

Bruk matematisk induksjon til å bevise at

$$3^{2008 \cdot n + 1} \equiv 3 \pmod{m}.$$

for alle $n = 1, 2, 3, \ldots$.

Oppgave 4

Finn først verdien av den periodiske kjedebrøken

$$[5; \overline{10}] = 5 + \cfrac{1}{10 + \cfrac{1}{10 + \cfrac{1}{10 + \cdots}}}.$$

Finn en løsning til Pells ligning

$$x^2 - 26y^2 = 1,$$

$y \neq 0$.

Oppgave 5

Løs kongruensen

$$x^{173} \equiv 291 \ \ (\text{modulo } 323).$$

Hint: $323 = 17 \cdot 19$. Betrakt x som en dekodet melding i RSA-systemet.

Oppgave 6

Betrakt ligningen

$$x^2 \equiv -1 \text{ (modulo 2038)}$$

Finn en heltallsløsning $x \geq 1$ eller bevis at det ikke eksisterer løsninger. (1019 er et primtall.)