



Faglig kontakt under eksamen: Peter Lindqvist, telefon 73593529

Eksamen i MA1301 Tallteori

Bokmål

Onsdag 20. desember 2006

Tid: 09.00 - 13:00

Hjelpemidler: Kalkulator HP30S

Sensur: Fredag 19. januar 2007

**Oppgave 1** Vis at  $\sqrt{10}$  er et irrasjonalt tall. Med andre ord, vis at ligningen

$$10m^2 = n^2$$

ikke har noen heltallige løsninger.

**Oppgave 2** Finn de tre siste siffer i tallet

$$2007^{2006}.$$

**Oppgave 3** Finn alle løsninger av systemet

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{3} \\ 2x \equiv 3 \pmod{5} \\ 3x \equiv 4 \pmod{7} \end{cases}$$

**Oppgave 4**    Bruk kjedebrøksutviklingen

$$\sqrt{33} = [5; 1, 2, 1, 10, 1, 2, 1, 10, \dots],$$

hvor 1, 2, 1, 10 er perioden, til å finne en løsning til den såkalte Pell ligningen

$$x^2 - 33y^2 = 1.$$

Konstruer så enda en løsning. (Altså skal ditt svar bestå av to par løsninger.)

**Oppgave 5**    Løs kongruensen

$$x^{37} \equiv 12 \pmod{55}$$

Hint: Betrakt 12 som en kryptert melding i et *RSA*-system og finn så dekrypteringsnøkkelen.

**Oppgave 6**    Anta at  $a^n - 1$  er et primtall. Vis først at det er nødvendig at  $a = 2$ . Vis så at

$$2^{jk} - 1$$

ikke kan være primtall dersom  $j \geq 2$  og  $k \geq 2$ .

**Oppgave 7**    Vis at ingen av tallene

$$11, 111, 1111, 11111, \dots$$

er et kvadrat.