

Gauss' Påskeformel

Ett eksempel på beregninger modulo 19, 4, 7 og 30.

Påskedagen er på den første søndagen etter den første (ekklestiaske) fullmånen etter vårjevndøgn. Den tidligst mulige dato er 22. mars og den senest mulige er 25. april. I 2007 vil påskedagen være på søndag 8. april ifølge den gregorianske kalenderen, fullmånen er nemlig 2. april. (Den julianske kalender vil for dette året gi samme dato, men ikke samme dag.) I avhandlingen "Berechnung des Osterfestes" fra 1800 skrev Carl Friedrich Gauss at det er lett å regne datoen påskedagen faller for den som kjenner til begrepene "güldne Zahl, Epacte, Ostergränze, Sonnenszirkel und Sonntagsbuchstaben" og som har tilgang til de nødvendige hjelpetabeller. Dette rekvisitaet trengs ikke! Gauss lyktes i å forvandle denne metoden til en meget enkel formel der man regner modulo 19, 4, 7 og 30. Man starter ved å dele årstallet på 19 og tar vare på resten a .

Algoritmen er som følger:

Divisjon av	med	gir rest
årstallet	19	a
årstallet	4	b
årstallet	7	c
$19a + M$	30	d
$2b + 4c + 6d + N$	7	e

Påsken vil da være på den $22 + d + e$ 'ende mars eller den $d + e - 9$ 'ende april. Tallene M og N er ifølge den gregorianske kalenderen

år 1900-2099	$M=24$	$N=5$
år 2100-2199	$M=24$	$N=6$

(Lignende regler for beregningen av M og N ble også gitt av Gauss.) Dessverre har den overnevnte prosedyre noen unntak:

1. Om beregningen gir 26. april, så tar man alltid 19. april.
2. Om $d = 28$, $c = 6$ og om $11(M + 1)$ etter divisjon med 30 gir en rest som er mindre enn 19, så innfaller påsken ikke den 25. april (som utregningene tilsier), men den på den 18. april.

Som eksempel kan vi gå gjennom utregningene for når påsken kommer i 2007.

2007	19	$a = 12$
2007	4	$b = 3$
2007	7	$c = 5$
$19a + M =$	252	$d = 12$
$2b + 4c + 6d + N =$	103	$e = 5$

Dermed ser vi at

$$\begin{aligned}22 + d + e &= 22 + 12 + 5 = 39 \text{ mars} \\d + e - 9 &= 12 + 5 - 9 = 8 \text{ april.}\end{aligned}$$

I 2007 faller altså Påskedagen på den 8. april.

Følgende forbedrede versjon av Gauss' påskeformel gjelder uten unntak for alle år i den gregorianske kalenderen fra og med 1583. Algoritmen er basert på ti divisjoner:

Divisjon av	med	kvotient	rest
årstallet	19		a
årstallet	100	b	c
b	4	d	e
b + 8	25	f	
b-f+1	3	g	
19a + b - d - g + 15	30		h
c	4	i	k
32 + 2e + 2i - h - k	7		l
a + 11h + 22l	451	m	
h + l - 7m + 114	31	n	p

Påskedagen faller da på den $p + 1$ 'e dagen i den n 'te måneden. (3 = mars, 4 = april)

For påskedagen i 2006 er utregningen:

2006	19		a = 11
2006	100	b=20	c = 6
b= 20	4	d=5	e = 0
b+8= 28	25	f=1	
b-f+1= 20	3	g=6	
...= 233	30		h=23
c= 6	4	i=1	k=2
...= 9	7		l=2
...= 308	451	m=0	
...= 139	31	n=4	p=15

Etttersom $n = 4$ betyr april og $p + 1 = 16$ vil påskedagen i år 2006 falle på den 16. april.