Norges teknisk–
naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt : Petter Andreas Bergh
Telefon: 92032532

Eksamen i MA1301 Tallteori

Bokmål
Mandag 23. mai 2011
Kl. 09.00–13.00 (4 timer)

Hjelpemidler: kode D (bestemt enkel kalkulator: HP30S eller Citizen SR-270X)

Alle svar skal begrunnes.

Oppgave 1 Finn alle primtallene som deler tallet $50! = 1 \cdot 2 \cdots 49 \cdot 50$.

Oppgave 2 Vis at $\gcd(9t + 4, 2t + 1) = 1$ for alle heltall $t \in \mathbb{Z}$.

Oppgave 3 I en sekk befinner det seg opptil 300 mynter. Hvis man tar ut fire av dem, kan man dele resten på 7, mens hvis man tar ut to av dem, kan man dele resten på 5. Hvis man derimot legger til to mynter, kan man dele resten på 6. Hvor mange mynter er det i sekken?

Oppgave 4 Vis at $11^{73^n} \equiv 11 \pmod{111}$ for alle $n \geq 1$.

Oppgave 5

a) Finn $\gcd(198, 240)$, og uttrykk tallet som en lineærkombinasjon av 198 og 240.

b) Finn alle løsningene av den lineære kongruensen

$$240x \equiv 18 \pmod{198}.$$

Oppgave 6 La $p_1, p_2, \ldots, p_t$ være primtall med $p_1 \neq p_n$ for $n = 2, \ldots, t$. Vis at summen

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \cdots + \frac{1}{p_t}$$

ikke kan være et heltall.

Oppgave 7

a) Vis at den kvadratiske kongruensen

$$x^2 \equiv 71 \pmod{17}$$

ikke er løsbar.

b) Er den kvadratiske kongruensen

$$x^2 \equiv 17 \pmod{71}$$

løsbar?

Oppgave 8 Vis at den Diofantiske ligningen

$$y^2 = x^3 - x + 2$$

ikke har noen løsninger. Med andre ord, vis at det ikke finnes noen heltall x og y som passer inn (hint: hva skjer modulo 3?).