Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA1301/MA6301 Tallteori**

Faglig kontakt under eksamen: Magnus Hellstrøm-Finnsen

Eksamensdato: 29. november 2018

Eksamenstid (fra–til): 09:00–13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Kode D (bestemt enkel kalkulator).

Annen informasjon:
Alle svar skal begrunnes.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave
Originalen er:
1-sidig ☐ **2-sidig** ☒
sort/hvit ☒ **farger** ☐
skal ha flervalgskjema ☐

Dato Sign

Oppgave 1 Finn alle løsningene til den lineære kongruensen

$$68x \equiv 336 \pmod{504}$$

Hva er den minste positive løsningen?

Oppgave 2 Hva får vi til rest når vi deler $5 \cdot (44!)$ på 47?

Oppgave 3 Finn alle løsningene til systemet

$$\begin{aligned} x &\equiv -2 \pmod{7} \\ x &\equiv 6 \pmod{9} \\ x &\equiv 8 \pmod{13} \end{aligned}$$

Oppgave 4 La n være et positivt heltall.

a) Definer ordenen til et tall modulo n. Finn ordenen til alle tall modulo 15 (for de tallene hvor det gir mening).

b) Hva vil det si å være en primitiv rot av n? Finn en primitiv rot av 18. Har 15 noen primitive røtter?

Oppgave 5 Avgjør om den kvadratiske kongruensen

$$x^2 \equiv 43 \pmod{19}$$

er løsbar. Avgjør så om den kvadratiske kongruensen

$$x^2 \equiv 19 \pmod{43}$$

er løsbar.

Oppgave 6 La a være et heltall. Vis at

$$a^{24n+1} \equiv a \pmod{35}$$

for alle $n \geq 1$.

Oppgave 7 La a og b være heltall. Vis at den diofantiske ligningen

$$(3a+7)x + (2a+5)y = b$$

er løsbar, og finn alle løsningene.

Oppgave 8 La n være et positivt heltall med $n \geq 3$.

a) Vis at $\phi(n)$ er et partall, hvor ϕ er Eulers ϕ-funksjon.

b) La a være et heltall med $\gcd(a, n) = 1$, og p et primtall som deler n. Vis at en av de to kongruensene

$$a^{\phi(n)/2} \equiv 1 \pmod{p}, \qquad a^{\phi(n)/2} \equiv -1 \pmod{p}$$

må være sann.