MA2401 Geometri

Innleveringsprøve vårsemesteret 2017.

Se websiden for kurset om frist og innlevering.

Oppgave 1 Nøytral geometri. I denne oppgaven er ℓ en linje som skjærer siden $\overline{AB}$ i firkanten $\square ABCD$. Ingen av hjørnene i $\square ABCD$ ligger på ℓ.

a. Vis at ℓ skjærer minst én av de tre andre sidene i $\square ABCD$. *Hint*: Bruk Pasch.

b. Vis at ℓ skjærer enten bare to av sidene i $\square ABCD$, eller alle fire.

Hint: Husk beviset for Pasch.

Oppgave 2 Euklidsk geometri. Når du løser de to punktene i denne oppgaven, sjekk om beviset også vil fungere i nøytral geometri, og hvis ikke, påpek hvor i beviset du bruker det euklidske parallellpostulatet eller en konsekvens av dette.

a. Vis at diagonalene i et parallellogram skjærer hverandre.

Dette følger av teoremene 4.6.6 og 4.6.8 i læreboken, men du skal vise det uten å henvise til de to teoremene. (Teorem 4.6.6 er uansett ikke bevist i boken, og bare halvparten 4.6.8 er bevist.)

b. Anta at $\square ABCD$ er en firkant slik at $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ og $AB = CD$. Vis at $\square ABCD$ er et parallellogram.

Oppgave 3 Hyperbolsk geometri.

I en gitt trekant $\triangle ABC$ er vinkelen $\angle ABC$ rett.

a. Anta at B' ligger på strålen $\overrightarrow{AB}$ med $AB' = 2AB$, at C' ligger på strålen $\overrightarrow{AC}$, og at $\angle AB'C'$ er rett. Vis at $\delta(\triangle AB'C') > 2\delta(\triangle ABC)$.

Hint: Tegn figur. Hva er $\delta(\triangle B'BC)$ lik?

b. Bruk resultatet fra **a** til å vise at det finnes et punkt P på $\overrightarrow{AB}$ slik at normalen til $\overrightarrow{AB}$ gjennom P ikke skjærer $\overrightarrow{AC}$.

Nedenfor betegner κ den kritiske funksjonen.

c. La $a = AP$, der P ligger på $\overrightarrow{AB}$ og normalen til $\overrightarrow{AB}$ gjennom P ikke skjærer $\overrightarrow{AC}$ (som i **b**). Hvorfor må $\kappa(a) \leq \mu(\angle BAC)$? Bruk dette til å vise at $\lim_{a\to\infty} \kappa(a) = 0$.