

MA2501 Numeriske metoder

Øving 3

Veiledning: 2/2, 08.15 - 10.00

Dersom oppgave-settet blir i største laget, så gjør oppgavene uten ★-merking i første omgang.

Oppgave 1

Ligningen

$$x - 0.99(e^x - 1) = 0$$

har en positiv rot α .

- Finn α ved hjelp av Newtons metode. Tegn en graf, og bruk den som utgangspunkt for å finne en passende startverdi.
- Finn et fikspunkt-skjema (ikke Newton) som konvergerer mot α , og regn ut hvor mange iterasjoner som maksimalt er nødvendig for å få en absolutt feil mindre enn 10^{-6} .

Hint: Igjen er det nyttig å tegne en graf for å finne ut omtrent hvor α befinner seg, og hvordan startverdien bør velges for å oppnå konvergens. Det er også mulig at du blir nødt til å skrive om ligningen for å finne et konvergent skjema.

Oppgave 2

- s.118, oppg. 20. Tegn en graf og forklar hva som skjer i de tre tilfellene. Det kan være en hjelp å utføre et par iterasjoner først.
- s.118, oppg. 23.

Oppgave 3

- Anta at $f(r) = 0$, $f'(r) = 0$ men $f''(r) \neq 0$, og at f , f' og f'' er kontinuerlige rundt r . Vis at det er mulig å velge en ω slik at en modifisert versjon av Newtons metode, gitt ved

$$x_{n+1} = x_n - \omega \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

konvergerer kvadratisk. Finn ω , og test algoritmen numerisk på en ligning etter eget ønske.

Hint: Bruk Taylor-rekker rundt r for $f(x_n)$ og $f'(x_n)$.

- ★ Kapittel 3.3, Computer problem 12. Velg testproblem selv.

Oppgave 4

Kapittel 3.2, Computer problem 23.

a med startverdier $(1, 1)$, **b.** med startverdier $(1, 1)$.

Det er strengt tatt ikke nødvendig å løse alle, men jeg vil anbefale minst **a** og **c**.

Oppgave 5*

En rund ball flyter i vann. Ballen er laget av et homogent materiale, med tetthet 0.6 av tettheten til vann. Hvor langt ned i vannet ligger ballen?

Forslag til løsningsprosedyre.

- Tegn en figur.
- Hvilke fysiske prinsipper ligger til grunn?
- Sett opp en matematisk modell.
- Løs modellen så godt det lar seg gjøre, bruk eventuelt programvare etter eget valg.

Kommentar: Av og til vil dere få oppgaver av denne typen. De er ganske åpne, og de krever kunnskaper som ligger utenfor pensum i dette faget. Hensikten er delvis å gi dere en trening i selvstendig arbeid, delvis å sette temaene i dette emnet inn i en større sammenheng.

Diskuter gjerne oppgaven i en gruppe.