



Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **ST0103 Brukerkurs i statistikk**

Faglig kontakt under eksamen: Øyvind Bakke

Tlf: 73 59 81 26, 990 41 673

Eksamensdato: 7. desember 2013

Eksamenstid (fra–til): 9.00–13.00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Gult A4-ark med egne håndskrevne notater, bestemt enkel kalkulator, *Tabeller og formler i statistikk* (Tapir forlag), *Matematisk formelsamling* (K. Rottmann)

Annen informasjon:

I vurderingen teller hvert av de ti bokstavpunktene likt.

Alle svar skal begrunnes (f.eks. ved at mellomregning tas med eller ved henvisning til teori eller eksempler fra pensum).

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 1

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato

Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

Oppgave 1 En kjemisk reaksjon har reaksjonsfart (målt i mikromol pr. time) som er normalfordelt med forventningsverdi μ og kjent standardavvik $\sigma = 1,8$.

- a) Anta (bare i dette punktet) at $\mu = 11$. Hva er sannsynligheten for at reaksjonsfarten er større enn 13? Hva er den betingede sannsynligheten for at reaksjonsfarten er større enn 13 gitt at den er større enn 11?

Reaksjonen ble kjørt $n = 15$ ganger, og gjennomsnittlig reaksjonsfart var $\bar{x} = 10,2$.

- b) Finn et 99 %-konfidensintervall for forventet reaksjonsfart μ . Hvor stor måtte n ha vært for at et 99 %-konfidensintervall for μ skulle hatt lengde mindre enn 2?
- c) Laboratoriet har som mål å klare en forventet reaksjonsfart på 11,0 mikromol pr. time. Utfør en hypotesetest med $\mu \geq 11,0$ som nullhypotese og $\mu < 11,0$ som alternativ hypotese. Bruk signifikansnivå 0,05.
- d) Hva er sannsynligheten for at nullhypotesen blir forkastet hvis vi utfører et forsøk og en hypotesetest som beskrevet over, hvis $\mu = 10,2$?

Oppgave 2 En stokastisk variabel X har sannsynlighetstetthet f gitt ved at $f(x) = \theta x^{\theta-1}$ for $0 < x < 1$ og $f(x) = 0$ for alle andre x , der $\theta > 0$ er en parameter.

- a) Finn forventningsverdi og varians til X .
- b) Vis at kumulativ fordelingsfunksjon F til X er gitt ved $F(x) = x^\theta$ når $0 < x < 1$. Finn $P(X > \frac{1}{2})$ uttrykt ved θ .
- c) Finn sannsynlighetsmaksimeringsestimatorene for θ basert på n uavhengige variabler X_1, X_2, \dots, X_n , alle med sannsynlighetstetthet f .
- d) Finn kumulativ fordelingsfunksjon og sannsynlighetstetthet til X^θ .

Oppgave 3 En biolog skal anslå antall selunger i en bestand. Hun finner X_1 unger. Anta at sannsynligheten p_1 for å observere en unge er kjent, og at X_1 er binomisk fordelt med parametre (n, p_1) . Vi ønsker å estimere n .

- a) Vis at X_1/p_1 er en forventningsrett estimator for n . Finn variansen til estimatoren uttrykt ved n og p_1 . Hva blir estimatet hvis $p_1 = 0,60$ og $X_1 = 150$?

Biologen foretar en telling til ved hjelp av en annen metode, og får resultat X_2 . Anta at X_2 er binomisk fordelt med parametre (n, p_2) , og at X_1 og X_2 er uavhengige. Det er kjent at $p_1 = 0,60$ og $p_2 = 0,71$, og n er den samme i begge tellingene.

- b) Hvilken av de to estimatorene $\frac{1}{2}(X_1/p_1 + X_2/p_2)$ og $0,38X_1/p_1 + 0,62X_2/p_2$ ville du foretrekke? Hva blir de to estimatene hvis $X_1 = 150$ og $X_2 = 180$?