

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgåve i **ST0103 Brukarkurs i statistikk**

Fagleg kontakt under eksamen: Øyvind Bakke

Tlf: 73 59 81 26, 990 41 673

Eksamensdato: 10. desember 2014

Eksamenstid (frå–til): 9.00–13.00

Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel: Gult A4-ark med egne handskrivne notat, bestemt enkel kalkulator, *Tabeller og formler i statistikk* (Tapir forlag), *Matematisk formelsamling* (K. Rottmann)

Annan informasjon:

I vurderinga tel kvart av dei ti bokstavpunkta likt.

Alle svara skal grunngjevast (t.d. ved at mellomrekning blir tatt med eller ved tilvising til teori eller døme frå pensum).

Målform/språk: nynorsk

Sidetal: 2

Sidetal vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato

Sign

Oppgåve 1

Ein blomsterart, A , har sirkulære blomstrar med radius som er normalfordelt med forventningsverdi 15 mm og standardavvik 2 mm. Ein botanikar samlar blomstrar av denne arten.

- a) Finn sannsynet for at ein blomster botanikaren plukkar har radius som er mindre enn 17 mm. Botanikaren plukkar 10 blomstrar. Radiusane til blomstrane er uavhengige. Finn sannsynet for at 8 eller fleire av dei har radius mindre enn 17 mm.
- b) Kva for sannsynsfordeling har omkrinsen av ein blomster (omkrinsen er $2\pi X$, der X er radius)? Bestem parametranne i sannsynsfordelinga.

A høyrer til ei slekt med berre to artar. Den andre arten, B , har òg sirkulære blomstrar. Botanikaren meiner at blomstrane til B oftast er noko større, og måler 20 blomstrar av art B . Ho finn at gjennomsnittleg radius er 19,0 mm for dei 20 blomstrane. Utvalsstandardavviket er 3,0 mm. Anta at radius til blomstrane av art B er normalfordelt med forventningsverdi μ (målt i mm) og ukjent standardavvik.

- c) Finn eit 99 %-konfidensintervall for μ .
- d) Gjennomfør hypotesetesten $H_0: \mu \leq 17$ mot alternativet $H_1: \mu > 17$. Bruk signifikansnivå 0,05.

Anta i resten av oppgåva at det er kjent at radius til ein blomster av art B er normalfordelt med forventningsverdi 19 mm og standardavvik 3 mm. Sannsynet for at ein blomster botanikeren plukkar er av art A er 0,4 og at han er av art B 0,6.

- e) Kva er sannsynet for at ein blomster botanikaren plukkar har radius mindre enn 17 mm? Kva er sannsynet for at ein blomster botanikaren plukkar er av art A dersom den har radius mindre enn 17 mm?

Botanikaren ønskjer å gjere ei førebels artsbestemming av blomstrane ved å definere blomstrar med mindre radius enn c mm som art A og resten som art B .

- f) Kva er sannsynet for at ein blomster botanikaren plukkar blir bestemd til feil art dersom $c = 17$? Korleis bør ein velje c (mellom 15 og 19) for at dette sannsynet skal bli minst mogleg? (Det siste spørsmålet er arbeidskrevjande.)

Oppgåve 2

Utbrotta til ein vulkan følgjer ein poissonprosess med intensitet λ (tal på utbrot pr. år).

- a) Anta (berre i dette punktet) at $\lambda = 0,2$. Finn sannsynet for at vulkanen har to eller fleire utbrot i løpet av dei neste 10 åra. Kva er det vilkårsbundne (betinga) sannsynet for at vulkanen har to eller fleire utbrot i løpet av dei neste 10 åra gitt at han har minst eitt utbrot?
- b) Vulkanen hadde utbrot i 1945. Tidsintervalla mellom dei følgjande utbrota var 7,9, 2,5, 5,4, 10,8, 10,8, 0,3, 2,6, 8,4, 13,7 og 6,8 år (det siste utbrotet starta i dag.) Anta at tidsintervalla er uavhengige. Gi eit estimat av λ . (Du treng ikkje utleie sannsynsmaksimeringsestimatoren, men du kan gjere det om du vil.)

Oppgåve 3

På eit laboratorium blir samanhengen mellom reaksjonsfart Y (i mikromol pr. time) og konsentrasjonen x (i mikromol pr. dm^3) av ein katalysator undersøkt. Det blir gjort 10 målingar av reaksjonsfart Y_i og konsentrasjon x_i , $1 \leq i \leq 10$. Anta at para av målingar er uavhengige, og at Y_i er normalfordelt med forventningsverdi $\alpha + \beta x_i$ og standardavvik σ , der α , β og σ er ukjende parametrar.

- a) Forklar kort kva minste kvadrats metode for estimering av α og β går ut på.

Med minste kvadrats metode blir β estimert til 1,12. Variansen σ^2 blir estimert til 2,3, og $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 4,1$ (det vil seie at $2,3/4,1$ er eit estimat av variansen til estimatoren til β).

- b) Utfør ein hypotesetest for å undersøkje om det er nokon samanheng mellom x og Y . Bruk signifikansnivå 0,05.