

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgåve i **ST0103 Brukarkurs i statistikk**

Fagleg kontakt under eksamen: Øyvind Bakke

Tlf: 73 59 81 26, 990 41 673

Eksamensdato: 19. desember 2015

Eksamenstid (frå–til): 9.00–13.00

Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel: Gult A4-ark med egne handskrivne notat, bestemd kalkulator (Casio fx-82ES Plus, Citizen SR-270X, Citizen SR-270X College eller HP 30s), *Tabeller og formler i statistikk* (Tapir forlag), *Matematisk formelsamling* (K. Rottmann)

Annan informasjon:

I vurderingen teller hvert av de ti bokstavpunktene likt.

Alle svara skal grunngjevast (t.d. ved at mellomrekning blir tatt med eller ved tilvising til teori eller døme frå pensum).

Målform/språk: nynorsk

Sidetal: 2

Sidetal vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato

Sign

Oppgåve 1

I samband med undersøking av ein mineralførekomst blir det bora n hòl. For kvart hòl er det sannsyn p for at mineralet blir funne. Anta at talet på hòl, X , der mineralet blir funne, er binomisk fordelt med parametrar n og p .

a) Kva føresetnader må vere oppfylte for at X skal vere binomisk fordelt? Finn $P(3 \leq X \leq 4)$ når $n = 20$ og $p = 0,3$.

b) Finn ein tilnærma verdi for $P(50 \leq X \leq 75)$ når $n = 200$ og $p = 0,3$.

Anta no at p er ukjend. Ein ny serie på m hòl blir bora. Talet på hòl, Y , med førekomst av mineralet i den nye serien blir antatt å vere uavhengig av X og binomisk fordelt med suksessannsyn p . To estimatorar for p blir føreslegne, $\hat{p} = (X + Y)/(n + m)$ og $\tilde{p} = \frac{1}{2}(X/n + Y/m)$.

c) Kva for ein av dei to estimatorane vil du føretrekke? Det er tilstrekkeleg at du undersøker eigenskapane til \hat{p} og \tilde{p} for $n = 20$ og $m = 10$.

Oppgåve 2

Eit visst mønster av nukleotidar opptrer på ein DNA-sekvens som ein poisson-prosess med intensitet (rate) $\lambda = 0,03$, slik at talet på gonger mønsteret førekjem på ein DNA-sekvens av lengd l (målt i tal på tusen basepar) er poissonfordelt med parameter λl .

a) Finn sannsynet for at mønsteret førekjem 2 eller fleire gonger på ein DNA-sekvens av lengd 100. Finn det vilkårsbundne (betinga) sannsynet for at mønsteret førekjem nøyaktig 2 gonger gitt at det førekjem 2 eller fleire gonger.

b) Grunnge kort kvifor avstanden frå eit mønster til neste staden mønsteret førekjem er eksponentielt fordelt med parameter λ (dvs. med forventningsverdi $1/\lambda$). Kva er sannsynet for at denne avstanden er større enn 50?

Vi måler avstanden frå første staden mønsteret førekjem til andre staden, avstanden frå andre til tredje staden, og avstanden frå tredje til fjerde stad mønsteret førekjem. Frå egeinskapane til ein poissonprosess følgjer det at desse tre avstandane er uavhengige (du skal ikkje vise dette).

c) Finn sannsynet for at den minste av dei tre avstandane er større enn $1/\lambda$.

Oppgåve 3

Konsentrasjonen (målt i mM) av eit stoff som blir danna i ein reaksjon er normalfordelt med forventningsverdi 9,0 og standardavvik 2,0. Reaksjonen blir gjennomført to gonger. Konsentrasjonane blir X første gongen og Y andre gongen, og X og Y er uavhengige.

- a) Finn $P(X > 10,0)$ og $P\left(\frac{1}{2}(X + Y) > 10,0\right)$.

Ein analysemetode er avhengig av at konsentrasjonen etter den første reaksjonen er større enn 10,0, og av at konsentrasjonen etter den andre reaksjonen er større enn konsentrasjonen etter den første reaksjonen.

- b) Finn sannsynet for dette – det vil seie $P(10,0 < X < Y)$. (Vink: Det kan vere til hjelp å skissere hendinga i xy -planet.)

Oppgåve 4

John James Strutt (Lord Rayleigh) publiserte i 1894 *On an anomaly encountered in determinations of the density of nitrogen gas* (*Proc. R. Soc. Lond.* 1894 **55**, s. 340–344). I artikkelen gjer han greie for korleis han i ein serie på 8 forsøk frå november 1893 til januar 1894 produserte nitrogengass frå nitrogenhaldige sambindingar og vog innhaldet av denne gassen i ein kolbe med kjent volum. Dei 8 massane vart målte til 2,30143, 2,29890, 2,29816, 2,30182, 2,29869, 2,29940, 2,29849 og 2,29889 g.

Anta at målingane er uavhengige og kjem frå same normalfordelinga. Det blir oppgitt at gjennomsnittet av dei 8 målingane er 2,29947 g, og at utvalsstandardavviket er 0,00138 g.

- a) Finn eit 95 %-konfidensintervall for standardavviket i normalfordelinga.

I ein annan serie på 7 forsøk frå desember 1893 til februar 1894 vog Strutt nitrogen-gass utvunne frå luft (i motsetnad til i dei 8 nemnde forsøka, der gassen vart produsert frå nitrogenhaldige sambindingar). Massane vart målte til 2,31017, 2,30986, 2,31010, 2,31001, 2,31024, 2,31010 og 2,31028 g.

Anta at desse målingane òg er uavhengige (frå førre forsøksserien òg) og kjem frå ei normalfordeling. Det blir oppgitt at gjennomsnittet av dei 7 målingane er 2,31011 g, og at utvalsstandardavviket er 0,00014 g.

- b) Test nullhypotesen som seier at forventningsverdiane for den målte massen ved dei to metodane er like, mot alternativet som seier at forventningsverdiane er ulike. Bruk signifikansnivå 0,001. Kva føresetnader må gjelde for at testmetoden skal vere riktig? Diskuter kort om føresetnadene ser ut til å halde.