NTNU

Kunnskap for ei betre verd

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgåve i **ST0103 Brukarkurs i statistikk**

Fagleg kontakt under eksamen: Øyvind Bakke

Tlf: 73 59 81 26, 990 41 673

Eksamensdato: august 2016

Eksamenstid (frå–til): 9.00–13.00

Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel: Gult A4-ark med eigne handskrivne notat, bestemd kalkulator (Casio fx-82ES Plus, Citizen SR-270X, Citizen SR-270X College eller HP 30s), *Tabeller og formler i statistikk* (Tapir forlag eller Fagbokforlaget), *Matematisk formelsamling* (K. Rottmann)

Annan informasjon:
I vurderinga tel kvart av dei ti bokstavpunkta likt.

Alle svara skal grunngjevast (t.d. ved at mellomrekning blir tatt med eller ved tilvising til teori eller døme frå pensum).

Målform/språk: nynorsk

Sidetal: 2

Sidetal vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato Sign

Oppgåve 1

Alunskifer er ein syredannande leirskiferbergart. Det er mange problem knytte til alunskifer, og i samband med bygge- og graveprosjekt må alunskifer handterast spesielt.

Alunskifer gir alltid svart strek ved riping med kniv. Men andre leirskifertypar kan òg gi svart strek. I eit område utgjer 80 % av førekomstane av leirskifer andre typar enn alunskifer. Sannsynet for at ein leirskifer som ikkje er alunskifer gir svart strek er 0,3.

Ein prøve av leirskifer frå dette området gir svart strek.

a) Kva er sannsynet for at prøven består av alunskifer?

Eit mogleg problem med alunskifer er høgt innhald av uran, som gir radioaktivitet. Anta at uraninnhaldet målt i mg/kg i ein tilfeldig valt prøve av alunskifer frå dette området er normalfordelt med forventningsverdi μ. Det blir tatt 10 uavhengige prøvar, og gjennomsnittleg uraninnhald er 90,8 og utvalsstandardavviket 1,4.

b) Test nullhypotesen $\mu \leq 90$ mot den alternative hypotesen $\mu > 90$. Bruk signifikansnivå 0,05.

Oppgåve 2

Karbon har to stabile isotopar som førekjem naturleg, ^{12}C og ^{13}C. På jorda er 98,9 % av karbonatoma ^{12}C og 1,1 % av karbonatoma ^{13}C. Anta at talet på ^{13}C-atom, X, i eit molekyl med n karbonatom er binomisk fordelt med parametrar n og $p = 0{,}011$.

Molekylet til ein biopolymer inneheld 100 karbonatom.

a) Kva føresetnader må vere oppfylte for at X skal vere binomisk fordelt? Finn sannsynet for at biopolymermolekylet inneheld 3 eller fleire ^{13}C-atom.

b) Finn sannsynet for at ein poissonfordelt variabel med forventningsverdi 1,1 er mindre enn eller lik 2. Bruk dette til å finne ein tilnærma verdi av sannsynet frå (a).

Eit poliovirus har bruttoformel $C_{332652}H_{492388}N_{98245}O_{131196}P_{7501}S_{2340}$, og inneheld altså 332 652 karbonatom.

c) Kva er forventningsverdien og standardavviket for talet på ^{13}C-atom i viruset? Finn eit tilnærma sannsyn for at dette talet er 3700 eller meir.

Oppgåve 3

Lengda T målt i døger (treng ikkje vere heiltalig) av puppestadiet til ein afrikansk sommarfuglart er eksponentielt fordelt – det vil seie at sannsynstettleiken er gitt ved $f(t) = \frac{1}{\mu}e^{-t/\mu}$, der $t > 0$, og $\mu > 0$ er ein parameter. (I læreboka er sannsynstettleiken av form $\lambda e^{-\lambda t}$, der $\lambda = 1/\mu$.)

a) Vis ved utrekning at kumulativ fordelingsfunksjon for T er gitt ved $P(T \leq t) = 1 - e^{-t/\mu},\ \ t > 0$.

b) Anta (berre i dette punktet) at $\mu = 20$. Finn $P(T \geq 20)$. Finn det vilkårsbundne (betinga) sannsynet $P(T \geq 30 \mid T \geq 10)$.

La T_1, T_2, …, T_n vere uavhengige observasjonar av lengda av puppestadiet.

c) Vis at sannsynsmaksimeringsestimatoren for μ er gjennomsnittet, $\bar{T}$, av observasjonane. Finn forventningsverdien og variansen til estimatoren.

d) Vis at $\frac{2}{\mu}T$ er khikvadratfordelt med 2 fridomsgradar. (Vink: Du kan bruke at $\Gamma(1) = 1$ i formelen i formelsamlinga for sannsynstettleiken til ein khikvadratfordelt variabel.)

Det kan visast meir generelt at $\frac{2}{\mu}\sum_{i=1}^{n} T_i$ er khikvadratfordelt med $2n$ fridomsgradar.

e) Vis at

$$\left[\frac{2}{\chi_{\alpha/2}}\sum_{i=1}^{n} T_i, \frac{2}{\chi_{1-\alpha/2}}\sum_{i=1}^{n} T_i\right]$$

er eit $100(1-\alpha)\,\%$-konfidensintervall for μ, der χ_α er talet som er slik at $P(Y \geq \chi_\alpha) = \alpha$ når Y er khikvadratfordelt med $2n$ fridomsgradar. Kva blir $95\,\%$-konfidensintervallet dersom $n = 40$ og $\bar{T} = 28{,}3$?